UNA PROPUESTA PARA NIÑOS DE 1º A 3º DE EDUCACIÓN PRIMARIA DE ALTA CAPACIDAD A TRAVÉS DE PROBLEMAS ADITIVOS ELEMENTALES

Presentado por:

D. PABLO GUTIÉRREZ JAIME

Dirigido por:

D. LUIS RAMÓN FERRER

Burjassot, a 31 de Mayo de 2016

Facultad de Psicología, Magisterio y Ciencias de la Educación

Grado en Maestro de Educación Primaria/Infantil

D. LUIS RAMÓN FERRER

AUTORIZA:

A que el trabajo titulado:

UNA PROPUESTA PARA NIÑOS DE 1º A 3º DE EDUCACIÓN PRIMARIA DE ALTA CAPACIDAD A TRAVÉS DE PROBLEMAS ADITIVOS ELEMENTALES,

realizado bajo mi dirección por el alumno/a:

PABLO GUTIÉRREZ JAIME

pueda ser presentado y defendido en

Valencia, 31 de Mayo de 2016

Firmado:

ÍNDICE

RESUMEN

Este trabajo está dirigido a la atención curricular del colectivo de altas capacidades de primero a tercero de E. Primaria, requisito exigido en la LOMCE. Presento los puntos relacionados con la alta capacidad que pueden interesar desde el contexto educativo y me centro en realizar una propuesta concreta que le permita al profesor detectar y trabajar con todos los niños de la clase, teniendo en cuenta el razonamiento de cada uno y, en particular el de los niños de alta capacidad y superdotación.

Para ello me he centrado en la asignatura de matemáticas, en el contenido de Problemas Aritméticos Enunciados Verbalmente (PAEV) aditivos, pues la resolución de problemas es un elemento clave en el desarrollo de la capacidad matemática, que permite ser trabajado a distintos niveles. En este trabajo presento la clasificación semántica estándar de este tipo de problemas en tipos y subtipos y hago una propuesta de niveles de dificultad, a partir de la existente en la bibliografía consultada. Esa organización se propone como criterio para asignar los problemas adecuados a cada niño, en particular para que estos resulten interesantes para los niños con mayor capacidad matemática.

Muestro también los resultados de una experimentación con niños, tanto de grupos normales como de alta capacidad, para extraer conclusiones relativas a la posibilidad de utilizar estos problemas para detectar estudiantes de alta capacidad y como material de trabajo en las clases ordinarias adecuado para niños de todos los niveles de razonamiento en matemáticas.

Palabras clave: Alta capacidad, educación primaria, matemáticas, resolución de problemas aritméticos.

RESUM

Este treball està dirigit a l'atenció curricular del col·lectiu d'altes capacitats de E. Primària, requisit exigit en la LOMCE. Presente els punts relacionats amb l'alta capacitat que poden interessar des del context educatiu i em centre a realitzar una proposta concreta que li permeta al professor detectar i treballar amb tots els xiquets de la classe, tenint en compte el raonament de cada un, i en particular el dels xiquets d'alta capacitat i superdotació.

Amb aquest objectiu, m'he centrat en l'assignatura de matemàtiques, en el contingut de Problemes Aritmètics Enunciats Verbalment (PAEV) additius, perquè la resolució de problemes és un element clau en el desenrotllament de la capacitat matemàtica, que permet ser treballat a distints nivells. En este treball presente la classificació estàndard d'este tipus de problemes en tipus i subtipus i faig una proposta de nivells de dificultat, a partir de l'existent en la bibliografia consultada. Eixa organització es proposa com a criteri per a assignar els problemes adequats per a cada xiquet.

Mostre també els resultats d'una experimentació amb xiquets, tant de grups normals com d'alta capacitat, per a extraure conclusions relatives a la possibilitat d'utilitzar estos problemes per a detectar estudiants d'alta capacitat i com a material de treball en l'aula que puga ser emprat amb xiquets de tots els nivells de raonament en matemàtiques.

Paraules clau: Alta capacitat, educació primària, matemàtiques, resolució de problemes aritmètics.

ABSTRACT

The present project addresses the issue of providing adequate tuition to Primary School students (first to third grades) with high levels of math skills, as specified in the LOMCE. I describe some aspects of giftedness that can be of interest from an educational viewpoint, and I present the design of a specific teaching proposal that allows teachers to identify and work with all children in their classes, taking into account individual math skills, in particular of those above average.

I have focused on the discipline of Mathematics, more specifically, on the contents of additive Elementary Arithmetic Word Problems, because problem solving is a key factor in the development of mathematical abilities, as it allows working on different levels of reasoning. I include the standard semantic classification of this kind of problems into types and sub-types, and I develop a proposal to organize these problems according to their levels of difficulty, based on the reviewed literature. This proposal is used as a criterion to choose word problems adequate for each child, according to his/her mathematical ability, in particular to be challenging for children with high mathematical abilities.

I also present the results of an experience in which I administered a selection of these problems to both students in regular classes and students with high abilities, to draw conclusions concerning the possibility of using these problems to identify students with high abilities; additionally I provide a selection of teaching material that can be used in the regular classroom with children of all levels of mathematical reasoning.

Keywords: Talented, primary education, mathematics, arithmetic problm solving.

1. INTRODUCCIÓN

El Trabajo de Fin de Grado (TFG) que presento pretende realizar una reflexión sobre la atención en el aula a los estudiantes de alta capacidad, en particular en el área de matemáticas, con alumnos de 1º EP a 3º EP.

El motivo principal que me ha llevado a tomar esta decisión ha sido la información de la que dispongo de la situación en la que se encuentra ese colectivo. Por una parte, la LOMCE (Gobierno de España, 2013) contempla una adaptación curricular individualizada, pero sin embargo, tanto los profesores como la sociedad no tienen asumida en general la necesidad de atender a estos niños, acabando muchos de ellos en fracaso escolar (López, B., Beltrán, M. T., López, B. y Chicharro, D., 2000).

No hace falta documentar la concienciación de docentes y de ciudadanos sobre la necesidad de atender a los estudiantes con dificultades de aprendizaje. Para este colectivo no se cuestiona la inclusión en el aula de medios curriculares y humanos dirigidos a facilitar la integración de estos alumnos. Sin embargo, en general se desconoce que parte de los casos de abandono, frustración, fracaso escolar y comportamiento inadecuado provienen de estudiantes con una capacidad superior a la media, que podrían haber triunfado personal y académicamente, pero que ya desde los primeros años de la escuela se malogran por un desconocimiento y falta de atención por parte del sistema educativo.

Y según los informes del año 2015 (Sanz, 2015), la cantidad de sujetos de altas capacidades intelectuales identificados como tales es mínima, el 0'01% en la Comunidad Valenciana, lo que debe llevarnos a reflexionar sobre la situación de ese colectivo.

En el anexo 1 muestro una recopilación de la información existente en las páginas web de las Consejerías de Educación de las CCAA en 2015, realizada por Sanz Chacón (2015). Se presenta una tabla con los criterios utilizados para identificar a los alumnos de altas capacidades y el porcentaje de estos identificados, todo por Comunidades Autónomas.

Mi objetivo en este TFG, que detallaré en el siguiente capítulo, es presentar un trabajo que he realizado relacionado con el tema anteriormente expuesto, para lo cual, en primer lugar me he documentado sobre lo que se entiende por alta capacidad, he leído sobre las dificultades que se les presentan con frecuencia a los niños con habilidad superior a la media, he estudiado las posibles respuestas de intervención educativa y me he centrado en realizar una propuesta concreta de trabajo para niños de 1º EP a 3º EP en el área de matemáticas, si bien mi trabajo es mayoritariamente teórico, dado que, en el colegio en el que realicé las prácticas, las clases estaban totalmente reguladas por el proyecto de matemáticas ("Entusiasmat"), que se lleva a cabo desde este curso y no era razonable desarrollar una propuesta que no siguiera las pautas –rigurosas- marcadas por la metodología y contenidos asociados a ese proyecto[1].

En esta sección hablaré:

- Por una parte, del entorno de la alta capacidad, pues tiene sus particularidades, que se desconocen en general en las aulas. Abordaré las ideas generales que hay sobre el concepto de alta capacidad, la terminología asociada a este concepto, los modelos más utilizados actualmente o más significativos explicativos de la superdotación, la intervención educativa, la legislación (LOMCE) sobre este tema e incluiré algunos comentarios sobre la situación en el aula: ideas de los profesores sobre ese colectivo inexistencia de materiales específicos y también sobre la necesidad de los estudiantes a tener atención personalizada.
- Por otra parte, presentaré el contexto curricular en el que voy a realizar mi propuesta de intervención: Los problemas aritméticos escolares de enunciado verbal (PAEV) de sumas y restas. Mostraré qué se entiende por PAEV de sumas y restas, la clasificación semántica en tipos y subtipos y los diferentes niveles de dificultad.

Con este Trabajo Final de Grado pretendo poner en práctica algunas de las competencias que he desarrollado a lo largo de mis estudios de Grado de Maestro de Enseñanza Primaria.

[1] El proyecto Entusiasmat determina el contenido de cada día, la forma de distribuir a los estudiantes, el material manipulativo que se debe utilizar, ...

1.1. ESTADO ACTUAL DEL TEMA: ALTA CAPACIDAD Y SUPERDOTACIÓN

1.1.1. Conceptos y terminología sobre alta capacidad y superdotación

Con el fin de poder realizar una propuesta de aula para estudiantes de alta capacidad, lo primero que debo hacer es clarificar la terminología asociada a los conceptos básicos de superdotación o alta capacidad intelectual.

Si bien no existe una norma de uso generalizado, actualmente está bastante extendida la idea de diferenciar "talento" de "superdotado", asignando el término "talento" a los estudiantes que destacan en una rama concreta del saber, pero que en otras tienen un desarrollo normal, y "superdotado" al estudiante que destaca en todas o casi todas las áreas de conocimiento.

En algunos estudios se marca la distinción entre:

- ALTAS CAPACIDADES (AACC): Incluye a los estudiantes que pueden mostrar capacidad superior, no sólo siendo superdotados.
- SUPERDOTADOS: Destacan en todos o casi todos los campos.
- TALENTO: Destacan en uno o varios campos concretos. Así, se identifica el talento matemático, académico, verbal, artístico, musical, Creativo, social, motriz, ...
- PRODIGIO: Actividad excelente que no se corresponde con la edad. Ej.: Mozart.
- GENIO: Gran capacidad de producción e intelectual. Ejemplo: Leonardo Da Vinci. Otra interpretación de genio es capacidad "ilimitada".

Además, hay otros términos para designar una alta o buena producción que no siempre correspondiente a sujetos de altas capacidades. Algunas son:

- Precoces: Capacidad superior a propia de la edad del niño, que se produce a edades tempranas, aunque con posterioridad parte de estos niños mantienen la excepcionalidad (AACC) y otros no (no son de AACC).
- Brillantes: Destacan en alguna capacidad en un contexto determinado
- Excepcionales: Se desvían de la media
- Eminencia: No necesariamente de AACC. Ha realizado algo excepcional mediante tesón y/o suerte, pero no necesariamente debido a un alto nivel intelectual.

La tabla 1 muestra las definiciones de esos términos.

Tabla 1. Terminología relacionada con alta capacidad y superdotación (López y otros, 2000, p. 19).

SUPERDOTADO	Alumno que, al presentar un nivel de rendimiento intelectual superior en una amplia gama de aptitudes y capacidades, aprende con facilidad cualquier área o materia.
TALENTOSO	Alumno que muestra habilidades específicas en áreas muy concretas. Así se puede hablar de talento académico, talento matemático, talento verbal, talento motriz, talento social, talento artístico, talento musical y talento creativo.
PRECOZ	Alumno que muestra cualidades de superdotación o de talento a edades tempranas y que posteriormente, en la adolescencia o la edad adulta, no mantiene ese diferencia significativa respecto a su grupo normativo de edad.
PRODIGIO	Alumno que realiza una actividad fuera de lo común para su edad. Produce algo que puede competir en un campo específico con los adultos. Se caracteriza por la competencia específica prematura y admirable.
GENIO	Persona que, debido a sus excepcionales capacidades en inteligencia y creatividad, ha producido una obra importante para la cultura en que vive y que la sociedad reconoce y exalta. Se caracteriza por la competencia general y específica. La persona que, dentro de la superdotación y compromiso con la tarea, logra una obra genial. Antes se identificaba al genio con un C.I. extraordinario, superior a 170/180. Es falsa la comparación entre "genio" y "superdotado". A veces al superdotado se le exigen actuaciones propias del genio.
EMINENCIA	Persona que, debido a la perseverancia, oportunidad, azar, suerte, etc., ha producido una obra genial sin que el nivel intelectual sea el factor determinante. Se caracteriza por la competencia concausal.

1.1.2. Modelos explicativos de la superdotación

Si bien el concepto de superdotación es relativamente reciente (segunda mitad del siglo XX), no es homogéneo y hay distintas corrientes psicológicas que lo abordan desde diversas perspectivas, con matices diferenciados. Incluso en España, en las diferentes Comunidades no siempre se tienen en consideración los mismos factores (ver anexo 1).

Desde la utilización únicamente de los resultados en "tests de inteligencia", vista ésta como monolítica, hasta la consideración del entorno social y de la división de la inteligencia en diversas habilidades, hay toda una gama de definiciones y puntos de vista sobre lo que se entiende por alta capacidad o por superdotación.

Como muestra de ello, a continuación (tabla 2) presento una tabla de Calero (2007) que recoge los elementos fundamentales que se han tenido en cuenta en diversas teorías sobre lo que es la superdotación:

Tabla 2. Resumen de la conceptualización de la inteligencia, según Calero, M. D., García, B. y Gómez, M. T. (2007).

Conocimiento Competencia mental Ejecución y/o rendimiento Eficacia en la resolución de problemas Rapidez de procesamiento mental Razonamiento Conjunto de Aptitudes Capacidad para aprender Eficacia adquirida Autogobierno Aptitud para afrontar lo nuevo Capacidad para adquirir capacidad Capacidad de adaptación para atender eficazmente a las exigencias del ambiente.
Genéticamente determinada Producto del ambiente Producto del aprendizaje
Se manifiesta en los tests de inteligencia y/o aptitud Se manifiesta en el mundo real
Implica aspectos cognitivos Implica aspectos motivacionales Implica aspectos personales

Sin ser exhaustivo, voy a mencionar algunos de los enfoques destacados en relación con la superdotación, y comentaré con algo más de detalle los modelos de Renzulli y de Gardner, por ser los que más se utilizan actualmente, así como el propuesto por Pérez, Dominguez y Díaz, (1998), este último debido a que surge en España y está siendo empleado por algunos colectivos en la actualidad. También haré mención a algún otro teórico, como Stern, por la repercusión de alguno de sus conceptos (CI en este caso).

1.1.3. Modelos psicométricos de identificación basados en capacidades

Cuantifican la inteligencia y la hacen objetiva. Stern acuñó el término “coeficiente intelectual” o “cociente intelectual” (CI, QI) en 1911. A partir de un test de inteligencia diseñado por Binet y Simon, obtuvo una relación entre los resultados obtenidos en el test y la edad biológica del sujeto. CI = (Edad Media / Edad Cronológica) x 100. Mediante esta herramienta es posible comparar “la inteligencia” de los sujetos. Un valor superior a 100 significa que la inteligencia es superior a la media de la población.

Terman (Universidad de Stanford, California) propuso la medida CI ≥ 130 a partir de la prueba de Stanford-Binet, para superdotación. Ese valor es el que actualmente se sigue utilizando.

Si observamos la distribución usual de una población (Figura 1), vemos que aproximadamente el 2% cumple ese requisito.

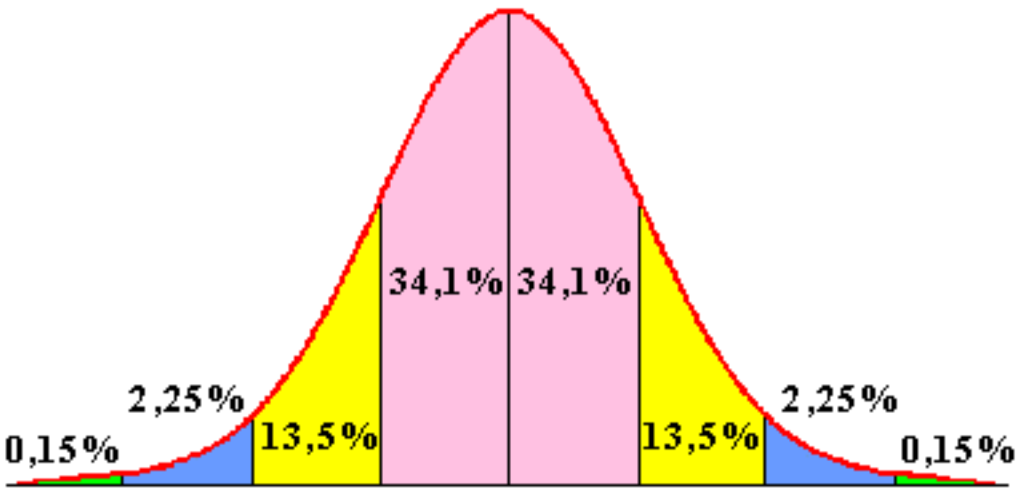


Figura 1. Distribución de los C.I. de la población estudiantil.

1.1.3.1. El modelo de las inteligencias múltiples de Gardner[2]

Gardner rompe con la idea de un única inteligencia, y admite la existencia de diversas inteligencias. El número de éstas ha ido aumentando desde la primera propuesta teórica, y todavía se acrecienta con nuevas categorías. Así, a las 7 iniciales, que defino a continuación, añadió con posterioridad una octava, "naturalista", y hay dos nuevas propuestas en el futuro de ampliación a las inteligencias "existencial" y "pedagógica" (Albes y otros, 2012, p.17). Las ocho "inteligencias" o habilidades descritas por Gardner son:

- Cinético-corporal: Habilidad para resolver problemas sirviéndose del propio cuerpo: Por ejemplo, para expresarse emocionalmente, adelantar movimientos, atacar, defenderse.
- Lógico-matemática: Capacidad lógica, matemática. Permite identificar y diseñar modelos, demostrar, decidir, razonar y trabajar con simbología general abstracta.
- Musical: Interpretar, crear formas musicales.
- Espacial: Capacidad de visualizar el espacio y operar en él.
- Lingüística: Entender, reproducir y generar lenguaje.
- Interpersonal: Capacidad para comprender a los demás y relacionarse.
- Intrapersonal: Capacidad de autocomprenderse y autocontrolarse.
- Naturalista: Conocer e interpretar los elementos y fenómenos de la naturaleza.

Según Arocas, E., Martínez, P. y Martínez, M. D. (2009, p. 6), Gardner insiste, en sus obras más recientes, en la importancia de que la escuela permita que cada estudiantes desarrolle al máximo su espectro particular de inteligencias.

1.1.3.2. Modelos basados en el rendimiento. Renzulli

Para Renzulli, la superdotación se produce cuando se dan tres características. Tener una o dos de ellas no es suficiente para que una persona sea superdotada. Estas características son (Figura 2):

- Habilidad superior a la media.
- Creatividad
- Compromiso con la tarea.

[2] Howard Gardner recibió el premio Príncipe de Asturias en 2011.

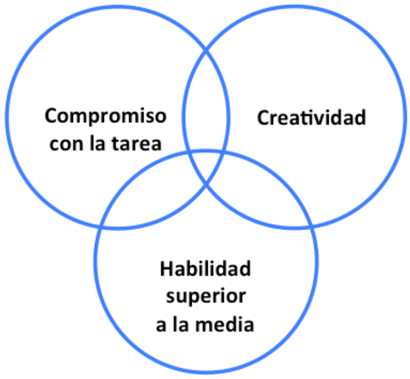


Figura 2. Los anillos de Renzulli.

Según Arocas, Martínez y Martínez (2009, p.11), *"El mismo Renzulli manifiesta que su concepción de la superdotación se ha elaborado desde una perspectiva claramente educativa."*

1.1.3.3. Modelos socioculturales. Mönks

En 1992, Mönks trata la superdotación como el resultado de una interacción entre el sujeto y su entorno. Presenta su modelo teórico de la superdotación, en el que amplía la propuesta de Renzulli al entorno social, pues añade como variables el centro escolar, la familia y los compañeros (Figura 3).

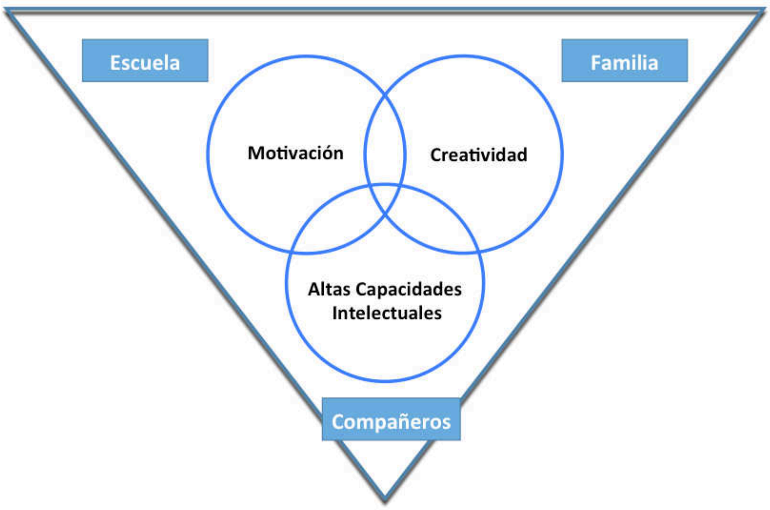


Figura 3. Modelo de superdotación de Mönks (López y otros, 2000).

1.1.3.4. Modelos surgidos en España

En Torrego, J. C. (Coord.) (2011) se resumen diversos modelos recientes, entre los cuales hay algunos elaborados en España como resultado de investigaciones llevadas a cabo en las universidades Complutense de Madrid, de Murcia y de Santiago.

Modelo global de superdotación y talento, propuesto por Pérez, Domínguez y Díaz (1998, 2000). En su elaboración se utilizan ideas de algunos modelos de rendimiento, principalmente del de Renzulli, pues (Figura 4):

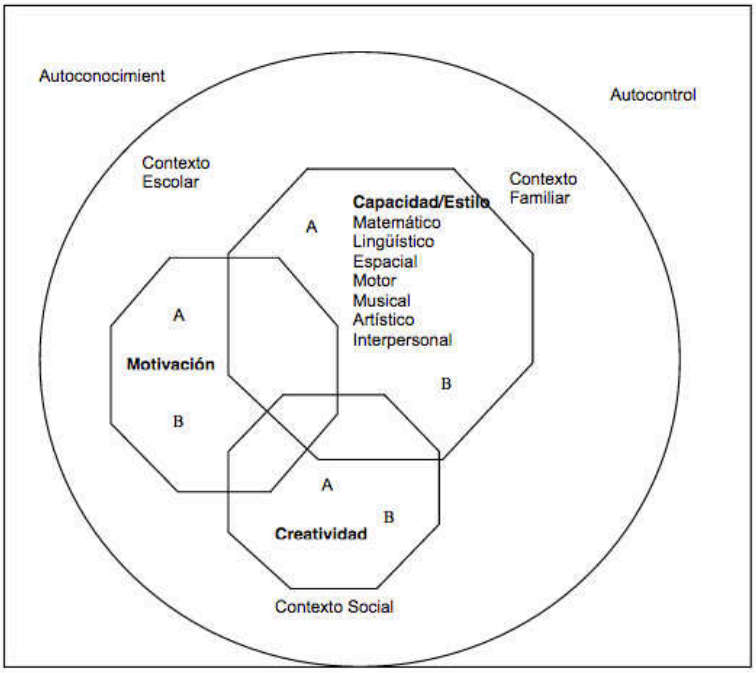


Figura 4. Modelo global (Pérez, Domínguez y Díaz, 1998, 2000, citado en del Valle, 2011, p.32).

- En el primer nivel considera la interacción de Capacidad, Creatividad y Aplicación a la tarea. Incluye al menos 7 núcleos de capacidad.
- En el segundo nivel considera el contexto: Escuela, Familia y Entorno socio-económico.
- La última componente corresponde a factores de la personalidad: Autoconocimiento y el Autocontrol.

Las aportaciones de este modelo, según Pérez, Domínguez y Díaz (1998) son:

1. Es un modelo de "coalescencia". Combinación de distintas variables sobre una base más cualitativa que cuantitativa.

2. La "inteligencia" como capacidad general (Cl) es una condición necesaria pero no suficiente para el desarrollo de la superioridad.
3. Los elementos "posibles" y los contextos llegan a ser determinantes en el desarrollo de la capacidad superior.
4. La motivación, y algunos factores de la personalidad, condicionan a medio y largo plazo las ejecuciones brillantes.

Modelo de superdotación elaborado por Prieto y Castejón (2000). Incluye cuatro variables para valorar a los estudiantes de altas capacidades:

- Habilidad intelectual.
- Capacidad de manejo de conocimiento.
- Personalidad.
- Ambiente.

Son características independientes, pero hay que tener un nivel mínimo en cada una de ellas.

1.1.4. Características de los niños/jóvenes superdotados

Como se indica en Barrera, Durán, González, y Reina, (s.f.), *"el alumnado de altas capacidades intelectuales no forma un grupo homogéneo y, por tanto, no podemos hablar de unas características comunes. Además, la mayoría de estos alumnos no mostrará todos los rasgos definitorios ni lo hará de forma continuada."*

Son muchas las características atribuidas al talento y la superdotación. Los interesados en disponer de una catalogación de tales características pueden consultar, por ejemplo, Albes y otros (2013). En este documento se recopila información de varias publicaciones y se confecciona una amplia relación de características de los estudiantes de altas capacidades, clasificadas según los siguientes criterios:

- Características generales.
- Por el estilo de aprendizaje.
- Según sus motivaciones e intereses.
- A partir de las características cognitivas.
- Relacionadas con la creatividad e imaginación.
- Relativas a la disincronía o asincronía.
- Sociales y emocionales.

También se muestran indicadores de las altas capacidades para cada una de las etapas educativas: E. Infantil, E. Primaria y E. Secundaria. Por otra parte, en Barrera y otros (s.f., pp.10-11), se resumen identificadores generales relacionados con la alta capacidad en relación con:

- Inteligencia.
- Creatividad.
- Personalidad.
- Aptitud académica.

1.1.5. Talento matemático

Dada la extensión del tema referente a la caracterización de estudiantes de alta capacidad, y que la prueba específica que he realizado para este Trabajo de Fin de Grado se enmarca en el área de matemáticas, me centro en este ámbito y presento de manera detallada características asociadas a la alta capacidad en matemáticas.

Díaz y otros (2008), Pasarín y otros (2004) y Ramírez (2012) ofrecen listados de descripciones del talento matemático realizadas por Freiman (2006), Greenes (1981), Krutetskii (1976), Miller (1990) y Tourón (1998).

A partir de los enumeraciones anteriores, Jaime y Gutiérrez (2014, p. 6) presentan una relación de características, identificadas como integrantes del talento matemático y concluyen que:

> *Los estudiantes con talento matemático de cualquier nivel educativo poseen una mayor cantidad de elementos y relaciones matemáticas que sus compañeros, y los saben utilizar, junto a una alta capacidad para incorporar los resultados de su experiencia en la red de conocimientos y contenidos que ya poseen.*
>
> *Esto, entre otros efectos, conduce a una mayor capacidad y rapidez en la resolución de problemas.*
>
> *En una situación extrema, podríamos considerar que los estudiantes de altas capacidades se sitúan en un nivel más alto que sus pares, desde el cual "visualizan" el constructo matemático inferior y se mueven por él cómodamente.*

Tras esta recopilación de ideas, podemos preguntarnos: ¿de qué nos sirve la información anterior? Desde mi punto de vista (y el de la totalidad de los documentos que he leído), detectar qué niños tienen una capacidad superior a la media no puede tener como objetivo establecer una clasificación de estudiantes sin más. Debe servir para proporcionarles la posibilidad de desarrollar el potencial que poseen, adecuando los objetivos curriculares al nivel que requieren. En esta línea es en la que se desarrolla este Trabajo Fin de Grado.

1.2. IDENTIFICACIÓN DE ESTUDIANTES SUPERDOTADOS

Tal como indicaba en el párrafo anterior, la identificación de los estudiantes de alta capacidad no debe ser un objetivo final, sino una herramienta facilitadora de la adecuación del currículum al estudiante con esas necesidades especiales.

En el apartado dedicado a las teorías sobre la superdotación ya se vio que hay modelos que tienen en cuenta el entorno social en el que se desenvuelve el sujeto. Por ello, como parte de la evaluación del estudiante, aunque no siempre, suelen intervenir la familia, el entorno escolar (profesor, alumnos) y los resultados de tests psicométricos, con medidas en diversas aptitudes.

Por otra parte, hay estudios y actuaciones educativas (por ejemplo, Calero y otros, 2007?) que diferencian entre **ejecución** y **potencial** del estudiante, entendiendo por ejecución el resultado del test de CI y por potencial la capacidad para aprender.

Se da, por ejemplo, el caso de niños que se desenvuelven en un entorno estimulante para el aprendizaje, por lo que dan alto en los test de CI, pero con potencial de aprendizaje normal; en estos casos, en general se van igualando a sus pares a lo largo de los primeros cursos de escolarización.

También existe el caso contrario: estudiantes que provienen de medios con pocos recursos, por lo que su resultado en los test de CI son bajos, pero con alto potencial de aprendizaje. La propuesta de "clasificación" de estudiantes, utilizada por Calero y otros (2007), que es la propuesta de la Consejería de Educación de la Junta de Andalucía, se muestra en la Tabla 3.

Tabla 3. Propuesta de clasificación de diferentes tipos de estudiantes con altas capacidades (Calero y otros, 2007, p.25).

	Alta Ejecución en la mayoría de áreas	**Alta Ejecución en un área o en áreas concretas**
Otras pruebas de Potencial de Aprendizaje, Memoria de trabajo etc. dentro de la normalidad.	Niño/a con estimulación general	Niño/a con estimulación específica

	Alta Ejecución en la mayoría de áreas	**Alta Ejecución en un área o en áreas concretas**
Otras pruebas de Potencial de Aprendizaje, Me-moria de trabajo etc. significativamente altas. Presenta ciertos proble-mas de adaptación.	Niño/a con altas capacidades intelectuales	Talentoso / Talento específico no adaptado
Altas puntuaciones en todas las pruebas. Adap-tado social, emocional-mente estable.	Sobredotado	Talento específico adaptado
Altas puntuaciones en todas las pruebas. Adaptado social, emocionalmente estable.	Sin alta ejecución en tests de CI Sobredotado potencial	

En la figura 1 presenté una gráfica de la campana de Gauss para los diferentes valores del CI. A continuación (Figura 5) se muestra una de las formas estandarizadas de clasificar a los estudiantes dependiendo del valor de CI obtenido.

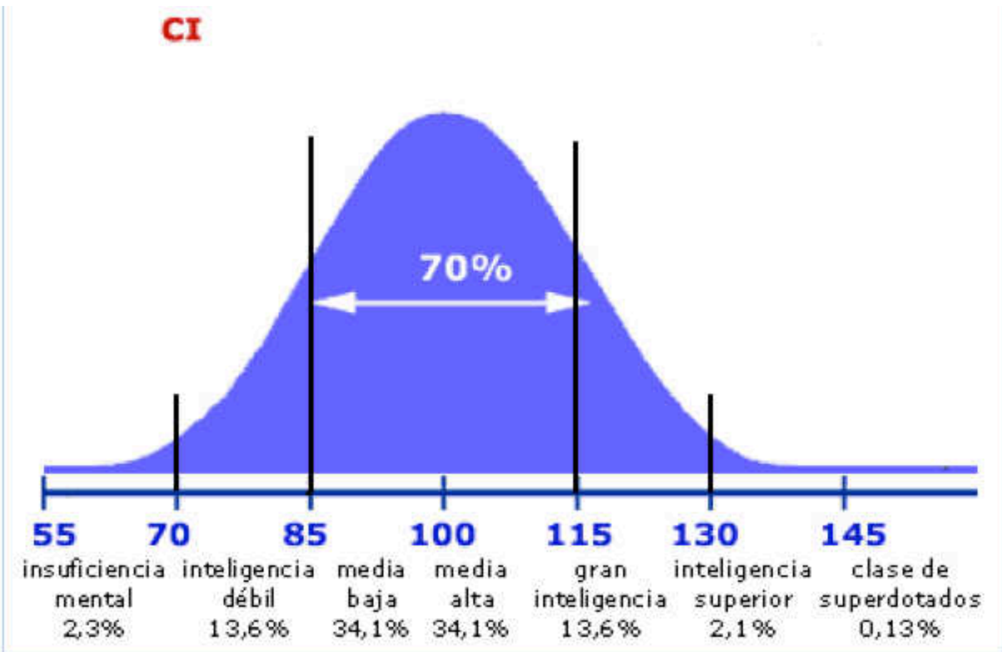


Figura 5. Clasificación de individuos según los valores de C.I. obtenidos (Dordoka, 2010).

Hay diversos tests psicológicos estandarizados, así como diferentes formas de abordar la tarea de identificación. Yo no voy a ahondar más en este aspecto, puesto que, en caso de hacerlo, se trataría de realizar un análisis de los tipos de tests existentes, tipos de preguntas, etc. En Arocas, Martínez, Martínez, y Regadera (2002) hay información accesible para docentes, tanto de E. Primaria como de E. Secundaria.

Por otra parte, hay que destacar que en ocasiones es difícil reconocer el talento de un estudiante porque éste intenta pasar desapercibido. Son los estudiantes "invisibles", que procuran obtener resultados como la media, o incluso mediocres para no destacar en el grupo.

También se da el caso de niños de talento que no prestan atención ni muestran interés en clase, llegando a veces a tener comportamientos inadecuados.

En estos casos, con frecuencia se cataloga a esos alumnos de manera incorrecta en lo que a su capacidad respecta. Por ello, es importante prestar atención a la información que se recibe por parte de compañeros y entorno familiar, además de plantear actividades del interés del estudiantes, porque es lo que suele permitir reconocer la situación real. Villanueva, A. (s.f., p. 3) dice:

> *Si los docentes que intervienen no conocen las aptitudes superiores de estos niños y la forma adaptar las enseñanzas a su nivel, poco a poco irán descuidando sus tareas escolares: con escaso esfuerzo obtienen el mínimo rendimiento, pero suficiente para contentar las expectativas del profesor o de sus padres. Conforme van pasando los cursos, las "lagunas" en los contenidos curriculares se pueden ir haciendo más notables, están "viviendo de las rentas". Quizá sea tarde cuando nos demos cuenta de que están fracasando en su actividad principal. Muchos padres se quejan de esta realidad.*

1.3. LEGISLACIÓN

El Decreto que regula el currículo y se establece la ordenación general de la etapa de E. Primaria en la Comunidad Valenciana (Conselleria de Educación, Cultura y Deporte, 2014, que aplica y desarrolla la LOMCE, hace referencia explícita a las altas capacidades. Contempla la adaptación curricular, que debe realizar el equipo docente y ha de autorizar la dirección del centro educativo. Por lo tanto, el maestro es una componente importante en el proceso de atención a ese grupo de estudiantes.

Así, la LOMCE dice:

Corresponde a las Administraciones educativas asegurar los recursos necesarios para que los alumnos y alumnas que requieran una atención educativa diferente a la ordinaria, por presentar necesidades educativas especiales, por dificultades específicas de aprendizaje, TDAH, por sus ***altas capacidades intelectuales****, por haberse incorporado tarde al sistema educativo, o por condiciones personales o de historia escolar, puedan alcanzar el máximo desarrollo posible de sus capacidades personales y, en todo caso, los objetivos establecidos con carácter general para todo el alumnado.*

Y también:

Corresponde a las Administraciones educativas adoptar las medidas necesarias para identificar al alumnado con altas capacidades intelectuales y valorar de forma temprana sus necesidades. Asimismo, les corresponde adoptar planes de actuación, así como programas de enriquecimiento curricular adecuados a dichas necesidades, que permitan al alumnado desarrollar al máximo sus capacidades.

En el currículo de Primaria de la Comunidad Valenciana leemos:

Artículo 22. Altas capacidades

1. La identificación, valoración y atención del alumnado con altas capacidades se realizará según lo dispuesto en el artículo 14.4 del Real Decreto 126/2014.

2. Los centros docentes incluirán en su plan de atención a la diversidad e inclusión educativa las medidas pertinentes para identificar y valorar las necesidades específicas de los alumnos con altas capacidades intelectuales, en colaboración con el personal docente especialista en orientación educativa o quien tenga atribuidas sus funciones.

3. Las adaptaciones específicas del currículo para este alumnado en las que se proponga una ampliación o enriquecimiento de los contenidos de las diferentes áreas requerirá una evaluación psicopedagógica previa. Estas adaptaciones deberán ser elaboradas por el equipo docente y serán autorizadas por el director o directora del centro.

1.4. INTERVENCIÓN EDUCATIVA CON ESTUDIANTES DE ALTA CAPACIDAD

En los centros de enseñanza, las medidas que se suelen tomar son:

- Aceleración: Se adelanta al alumno de curso, con las siguientes opciones:

- Solamente se hace en algunas materias.
- Se hace con el curso completo. Esto es, el estudiante salta de curso.

Entre los motivos de peso a tener en cuenta antes de tomar esta decisión están:

- La madurez mental del estudiante en términos no específicos de las materias escolares: afecto, juegos, relaciones sociales, ...
- La necesidad de una nueva aceleración: el adelanto supone con frecuencia un curso de respiro para el profesor, pues el niño se encuentra a gusto aprendiendo nuevos conocimientos. Pero no es extraño que, al final de ese curso, de nuevo el niño de alta capacidad vaya por delante de sus compañeros, de manera que de nuevo necesitaría una aceleración.

o Enriquecimiento curricular. Puede ser en profundización o en extensión. Al hablar del enriquecimiento en profundización me refiero a que no se adelanta materia de cursos posteriores, sino que:

- O bien se amplían los contenidos del curso, con información y trabajo de aspectos complementarios del tema,
- O se abordan temas complementarios, que no corresponden a lo que está estipulado en el currículum.

o Actividades extraescolares. A nivel extracurricular hay:

- Talleres, campamentos, ... planteados generalmente con el objetivo de que el niño ponga en juego sus habilidades y/o aprenda contenidos o destrezas no contempladas en el aula.
- Clases o trabajo de ampliación o profundización. Un ejemplo son los talleres de Kumon, en los que el niño progresa en algoritmos de matemáticas, pudiendo llegar tan lejos como su nivel le permita.
- Además, y dadas las posibilidades tecnológicas del mundo actual, no hay que olvidar la autoformación que puede suponer la utilización de algunas páginas web, blogs o información general para ampliar el conocimiento a la mediad de uno mismo. Al igual que en un contexto ordinario, aquí también se puede conseguir profundizar contenidos, ampliarlos o avanzar materia específica de cursos posteriores.

En Osorio (2009) se presenta una extensa relación de programas de intervención educativa para niños de altas capacidades, realizados en España desde el año 1999 . No se trata de una relación exhaustiva, pero sí contiene muchos programas, con información básica sobre cada uno de ellos.

1.5. FUNDAMENTOS TEÓRICOS DEL PRESENTE TFG: LOS PROBLEMAS ARITMÉTICOS ESCOLARES ENUNCIADOS VERBALMENTE (PAEV) DE SUMAS Y RESTAS

Los primeros problemas de aritmética que aprenden los niños se plantean mediante enunciados verbales que describen una situación concreta próxima al entorno de los niños y se resuelven realizando sólo una suma o una resta. Estos problemas se denominan, de forma general, "problemas aritméticos escolares enunciados verbalmente" (PAEV). Pero eso no significa que cualquier situación que requiera alguna de esas operaciones se traduzca en un enunciado cuya resolución resulte igual de fácil (o difícil) para los niños.

Desde la didáctica de las matemáticas se ofrece una clasificación, que ya se ha convertido en clásica, que establece cuatro clases diferencies de problemas entre los que he mencionado en el párrafo anterior. Estos problemas se designan normalmente mediante PAEV aditivos (problemas aritméticos enunciados verbalmente), estando esas siglas ampliamente reconocidas. Por ello, de ahora en adelante utilizaré esa nomenclatura.

Son muchos los artículos y páginas de internet en los que se puede encontrar información sobre los PAEV. Una referencia cómoda de leer y de las primeras bien organizadas en español es Puig y Cerdán (1988), libro que utilizaré como base para presentar en el capítulo 3 información más detallada sobre ese tipo de problemas.

2. OBJETIVOS

En la introducción he presentado información relativa a la problemática de los estudiantes de altas capacidades y superdotados en el sistema educativo, así como algunas propuestas de formas de atender a estos estudiantes en las aulas ordinarias de Primaria.

En este contexto, y dentro de la línea de trabajo para la atención a estudiantes de alta capacidad en matemáticas, como objetivo general de este Trabajo Fin de Grado pretendo aportar una propuesta para la atención a los estudiantes con altas capacidades matemáticas en los primeros cursos de Primaria.

De forma más concreta, en este TFG pretendo trabajar los siguientes *objetivos específicos*:

- Realizar una propuesta de enseñanza de las matemáticas, centrada en la resolución de problemas aritméticos escolares enunciados verbalmente (PAEV) de sumas y restas.

Esta propuesta de enseñanza debe:

- Permitir trabajar con toda la clase de 1º, 2º o 3º de E. Primaria.
- Incluir materiales para los niños con alta capacidad matemática.
- Permitir identificar[3] a los niños de alta capacidad matemática.

[3] El objetivo de la identificación no es una catalogación de niños, sino poner en conocimiento del profesor que esos estudiantes necesitan un tipo de trabajo específico, acorde con su nivel.

3. LOS PROBLEMAS ARITMÉTICOS ESCOLARES ENUNCIADOS VERBALMENTE DE SUMAS Y RESTAS

En este capítulo voy a centrarme en los PAEV de sumas y restas, es decir, problemas de enunciado verbal que se resuelven mediante una única operación (problemas "de una etapa"), siendo esta operación una suma o una resta. Por tanto, en la resolución de estos problemas intervienen tres valores, los sumandos, o el minuendo y el sustraendo, y el resultado de la suma o resta. De estos tres valores, dos son datos conocidos y el otro es la incógnita que hay que calcular. Es decir que hay dos estructuras aritmética,

$a + b = c$ y

$a - b = \mathrm{c}$

pudiendo ser la incógnita cualquiera de los tres números *a*, *b* o *c*. Desde un análisis teórico, en los problemas PAEV intervienen tres componentes: el sintáctica, semántica y la estructura lógica (Puig y Cerdán, 1988, p. 7), pero la categorización más extendida es la que se basa en la estructura semántica global. Desde esta variable, se pueden distinguir:

- problemas de CAMBIO: Se basan en una cantidad inicial que cambia debido a que se añade o se quita otra cantidad, para dar lugar a una cantidad final.
- problemas de COMBINACIÓN: Se basan en considerar una cantidad total que está descompuesta en dos partes.
- problemas de COMPARACIÓN: Se basan en considerar dos cantidades iniciales y el valor de la diferencia que hay entre ellas.
- problemas de IGUALACIÓN: Se basan en considerar dos cantidades iniciales y la cantidad que hay que añadir o quitar a una de ellas para que quede igual a la otra cantidad inicial.

A continuación muestro las características de cada uno de los tipos y subtipos de estos problemas, utilizando como ejemplo el que he testado con niños de 1º, 2º y 3º E. Primaria en los casos en los que sí los he probado, y he añadido otros para los subtipos no probados en el aula. La nomenclatura que voy a utilizar corresponde a la más extendida en los trabajos sobre este tema, en la cual la clasificación en subtipos se hace ordenado de manera consecutiva pares de problemas con la misma incógnita (por ejemplo, véase Puig y Cerdán (1988).

3.1. PROBLEMAS DE CAMBIO

En estos problemas, hay una cantidad inicial, una cantidad de cambio y una cantidad final. Se trata de una situación dinámica, en la que la cantidad inicial (i) se transforma en la final (f) a partir de un incremento o disminución (c).

3.1.1. Los seis tipos de problemas de cambio

Voy a presentar una situación típica que dará lugar a tres problemas de cambio, enunciados mediante un incremento.

Aníbal tiene 14 chicles. Se compra 7 más en el quiosco. Entonces tiene 21 chicles.

La cantidad inicial (i) es 14, la cantidad de cambio (c) es 7 y la cantidad final (f) es 21.
La relación es $i + c = f$ es decir $14 + 7 = 21$.
A partir de esta relación, se pueden obtener tres problemas diferentes de suma, dando como datos dos cantidades y siendo la otra cantidad la incógnita, que puede ser la cantidad inicial, la cantidad de cambio o la cantidad final.
Después, haré lo mismo con un problema de cambio con disminución, que dará lugar a tres problemas de resta. Por tanto, en total tendré seis tipos de problemas de cambio, tres de suma y tres de resta. He numerado los seis tipos de problemas manteniendo el orden que aparece en la bibliografía que he consultado. He optado por presentar primero los problemas de sumas y después los de restas porque creo que queda más claro, aunque la numeración quede salteada.

3.1.1.1. Problemas de cambio 1

Aníbal tiene 14 chicles. Se compra 7 más en el quiosco. ¿Cuántos chicles tiene entonces?

La relación es $i + c = x$ es decir $14 + 7 = x$.

3.1.1.2. Problemas de cambio 3

Aníbal tiene 14 chicles. Se compra algunos más en el quiosco. Entonces tiene 21 chicles. ¿Cuántos chicles ha comprado?

La relación es i + x = f es decir 14 + x = 21.

3.1.1.3. Problemas de cambio 5

Aníbal tiene algunos chicles. Se compra 7 más en el quiosco y entonces tiene 21. ¿Cuántos chicles tenía antes de ir al quiosco?

La relación es x + c = f es decir x + 7 = 21.

Ahora voy a presentar otra situación típica que dará lugar a tres problemas de cambio, enunciados mediante una disminución.

Román tiene 46 peces en su acuario. Le da 14 peces a Margarita. Entonces, a Román le quedan 32 peces en el acuario.

La cantidad inicial (i) es 46, la cantidad de cambio (c) es 14 y la cantidad final (f) es 32.

La relación es i - c = f es decir 46 - 14 = 32.

A partir de esta relación se pueden obtener tres problemas diferentes de resta, dando como datos dos cantidades y siendo la otra cantidad la incógnita, que puede ser la cantidad inicial, la cantidad de cambio o la cantidad final.

3.1.1.4. Problemas de cambio 2

Román tiene 46 peces en su acuario. Le da 14 peces a Margarita. ¿Cuántos peces le quedan a Román en el acuario?

La relación es i - c = x es decir 46 - 14 = x.

3.1.1.5. Problemas de cambio 4

Román tiene 46 peces en su acuario. Le da algunos peces a Margarita y entonces se queda con 32 peces ¿Cuántos peces le ha dado a Margarita?

La relación es i - x = f es decir 46 - x = 32.

3.1.1.6. Problemas de cambio 6

Román tiene peces en su acuario. Le da 14 peces a Margarita y entonces le quedan 32 en el acuario. ¿Cuántos peces tenía Román antes en su acuario?

La relación es $x - c = f$ es decir $x - 14 = 32$.

En la Tabla 4 presento los seis tipos de problemas de cambio que puede haber.

Tabla 4. Los seis tipos de problemas de cambio. La letra *x* indica el valor que hay que calcular.

	Inicial	**Cambio**	**Final**	**Aumentar**	**Disminuir**
Cambio 1	dato	dato	x	A	
Cambio 3	dato	x	dato	A	
Cambio 5	x	dato	dato	A	
Cambio 2	dato	dato	x		D
Cambio 4	dato	x	dato		D
Cambio 6	x	dato	dato		D

3.2. PROBLEMAS DE COMBINACIÓN

En estos problemas se presenta una situación estática en la cual hay una partición de un conjunto en dos subconjuntos e intervienen la cantidad del conjunto total (t) y las cantidades de cada uno de los subconjuntos (s_1 y s_2).

3.2.1. Los dos tipos de problemas de combinación

Voy a mostrar una situación típica que dará lugar a los diferentes problemas de cambio.

En una casa hay 41 cuadros. 28 cuadros están colgados en las paredes y 13 almacenados en el sótano.

La cantidad total (t) es 41, la cantidad del primer subconjunto (s_1) es 28 y la cantidad del segundo subconjunto (s_2) es 13. La relación es $s_1 + s_2 = t$ es decir $28 + 13 = 41$.

A partir de esta relación, se pueden obtener dos variantes de problemas de cambio, según que la incógnita sea la cantidad del conjunto total (t) o la de uno de los subconjuntos (s).

3.2.1.1. Problemas de combinación 1

En una casa hay 28 cuadros colgados en las paredes y 13 almacenados en el sótano. ¿Cuántos cuadros hay en total?

La relación es $s_1 + s_2 = x$ es decir $28 + 13 = x$.

3.2.1.2. Problemas de combinación 2

En una casa hay 41 cuadros. 28 están colgados de las paredes y el resto almacenados en el sótano. ¿Cuántos cuadros hay almacenados en el sótano?

La relación es $s_1 + x = t$ es decir $28 + x = 41$.

El hecho de que la incógnita sea la cantidad de uno u otro de los subconjuntos del total no da lugar a clases distintas de problemas, pues el razonamiento a seguir es el mismo en ambos casos. Por eso sólo hay dos tipos de problemas de combinación.

En la Tabla 5 presento los dos tipos de problemas de combinación que puede haber.

Tabla 5. Los dos tipos de problemas de combinación. La letra *x* indica el valor que hay que calcular.

	Subconjunto 1	**Subconjunto 2**	**Todo**
Combinación 1	dato	dato	x
Combinación 2	dato x	x dato	dato

3.3. PROBLEMAS DE COMPARACIÓN

En estos problemas se presenta una situación estática en la que se comparan dos cantidades, una de referencia (r) y otra comparada (c), mediante la cantidad de más o de menos que las diferencia (d). En los enunciados hay una expresión del tipo "más que" o "menos que". Al establecer la comparación, la cantidad que se escribe inmediatamente antes de esta expresión es la comparada (c), mientras que la que se escribe justo después es la de referencia (r).

3.3.1. Los seis tipos de problemas de comparación

Voy a presentar una situación típica que dará lugar a tres problemas de comparación, enunciados usando una expresión del tipo "más que".

Rubí ha hecho 8 dibujos. Félix ha hecho 3 dibujos más que Rubí. Félix ha realizado 11 dibujos.

La cantidad de referencia (r) son los 8 dibujos de Rubí, la cantidad comparada (c) son los 11 dibujos de Félix y la cantidad de la diferencia (d) son los 3 dibujos que Félix ha hecho más que Rubí. La relación es $r + d = c$ es decir $8 + 3 = 11$.

A partir de esta relación, se pueden obtener tres problemas diferentes de suma, dando como datos dos cantidades y siendo la otra cantidad la incógnita, que puede ser la cantidad de referencia, la cantidad comparada o la cantidad de diferencia.

Como en el caso de los problemas de cambio vistos antes, después, haré lo mismo con un problema de comparación del tipo "menos que", que dará lugar a tres problemas de resta. Por tanto, en total tendré seis tipos de problemas de comparación, tres de suma y tres de resta.

3.3.1.1. Problemas de comparación 1

Rubí ha hecho 8 dibujos. Félix ha realizado 11 dibujos. ¿Cuántos dibujos más que Rubí ha hecho Félix?

La relación es $r + x = c$ es decir $8 + x = 11$.

3.3.1.2. Problemas de comparación 3

Rubí ha hecho 8 dibujos. Félix ha hecho 3 dibujos más que Rubí. ¿Cuántos dibujos ha realizado Félix?

La relación es $r + d = x$ es decir $8 + 3 = x$.

3.3.1.3. Problemas de comparación 5

Félix ha realizado 11 dibujos, que son 3 dibujos más que los que ha hecho Rubí. ¿Cuántos dibujos ha hecho Rubí?

La relación es $x + d = c$ es decir $x + 3 = 11$.

A continuación muestro una situación típica que dará lugar a tres problemas de comparación, enunciados mediante una comparación del tipo "menos que".

Manolo ha puesto en el horno 37 empanadillas. Son 13 menos de las que tiene Concha en su horno. Concha ha puesto 50 en el horno.

La cantidad de referencia (r) son las 50 empanadillas de Concha, la cantidad comparada (c) son las 37 empanadillas de Manolo, y la cantidad de la diferencia (d) son las 13 empanadillas que Manolo tiene menos que Concha. La relación es r - d = c es decir 50 - 13 = 37.

A partir de esta relación se pueden obtener tres problemas diferentes de resta, dando como datos dos cantidades y siendo la otra cantidad la incógnita, que puede ser la cantidad de referencia, la cantidad comparada o la cantidad de diferencia.

3.3.1.4. Problemas de comparación 2

Concha ha puesto 50 empanadillas en el horno. Manolo ha puesto 37 empanadillas. ¿Cuántas empanadillas ha puesto Manolo menos que Concha?

La relación es r - x = c es decir 50 - x = 37.

3.3.1.5. Problemas de comparación 4

Concha ha puesto en el horno 50 empanadillas. Manolo ha puesto 13 menos que Concha. ¿Cuántas empanadillas ha puesto Manolo?

La relación es r - d = x es decir 50 - 13 = x.

3.3.1.6. Problemas de comparación 6

Manolo ha puesto en el horno 37 empanadillas. Son 13 menos de las que tiene Concha en su horno. ¿Cuántas empanadillas ha puesto Concha en el horno?

La relación es x - d = c es decir x - 13 = 37.

En la Tabla 6 presento los seis tipos de problemas de comparación que puede haber.

Tabla 6. Los seis tipos de problemas de comparación. La letra *x* indica el valor que hay que calcular.

	Referencia	Comparada	Diferencia	Relación	
Comparación 1	dato	dato	x	Más que	
Comparación 3	dato	x	dato	Más que	
Comparación 5	x	dato	dato	Más que	
Comparación 2	dato	dato	x		Menos que
Comparación 4	dato	x	dato		Menos que
Comparación 6	x	dato	dato		Menos que

3.4. PROBLEMAS DE IGUALACIÓN

Este tipo de problemas corresponde a una situación que es mezcla de problemas de cambio con problemas de comparación. La situación es dinámica porque se modifica una cantidad (la comparada, c) que, mediante una aumento o disminución (la diferencia, d), se iguala a otra cantidad (la referencia, r).

3.4.1. Los seis tipos de problemas de igualación

Voy a presentar una situación típica que dará lugar a tres problemas de igualación, en los cuales la diferencia es un incremento.

> Vicente tiene 15 lápices. Si le dan 4 lápices, entonces tendrá los mismos que Amanda, que tiene 19 lápices.

La cantidad de referencia (r) son los 19 lápices de Amanda, a cantidad comparada (c) son los 15 lápices de Vicente y la diferencia (d) son los 4 lápices que le dan. La relación es $c + d = r$ es decir $15 + 4 = 19$.

A partir de esta relación, se pueden obtener tres problemas diferentes de suma, dando como datos dos cantidades y siendo la otra cantidad la incógnita, que puede ser la cantidad de referencia, la cantidad comparada o la cantidad de diferencia.

Como en los casos anteriores, después haré lo mismo con un problema de igualación cuya diferencia es una disminución, que dará lugar a tres problemas de resta. Por tanto, en total hay seis tipos de problemas de igualación, tres de suma y tres de resta.

3.4.1.1. Problemas de igualación 1

Vicente tiene 15 lápices. Le dan algunos lápices y entonces tiene los mismos que Amanda, que tiene 19. ¿Cuántos lápices le dan a Vicente?

La relación es $c + x = r$ es decir $15 + x = 19$.

3.4.1.2. Problemas de igualación 3

Vicente tiene lápices en su estuche. Le dan 4 lápices y entonces tiene los mismos que Amanda, que tiene 19. ¿Cuántos lápices tenía Vicente antes?

La relación es $x + d = r$ es decir $x + 4 = 19$.

3.4.1.3. Problemas de igualación 5

Vicente tiene 15 lápices. Si le dan 4 lápices, entonces tendrá los mismos que Amanda. ¿Cuántos lápices tiene Amanda?

La relación es $c + d = x$ es decir $15 + 4 = x$.

A continuación presento una situación típica que dará lugar a los otros tres problemas de igualación en los cuales la diferencia es una disminución.

Óscar tiene 31 gomas. Si pierde 12 gomas, tendrá la misma cantidad de gomas que Marina, que tiene 19 gomas.

La cantidad de referencia (r) son las 19 gomas de Marina, la cantidad comparada (c) son las 31 gomas de Óscar y la diferencia (d) son las 12 gomas que pierde. La relación es $c - d = r$ es decir $31 - 12 = 19$.

3.4.1.4. Problemas de igualación 2

Marina tiene 19 gomas. Oscar tiene 31 gomas, pierde algunas gomas y entonces tiene la misma cantidad de gomas que Marina. ¿Cuántas gomas pierde Óscar?

La relación es $c - x = r$ es decir $31 - x = 19$.

3.4.1.5. Problemas de igualación 4

Marina tiene 19 gomas. Si Óscar pierde 12 gomas, tendrá las mismas que Marina. ¿Cuántas gomas tiene Óscar?

La relación es $x - d = r$ es decir $x - 12 = 19$.

3.4.1.6. Problemas de igualación 6

Oscar tiene 31 gomas. Pierde 12 gomas y entonces tiene la misma cantidad de gomas que Marina. ¿Cuántas gomas tiene Marina?

La relación es $c - d = x$ es decir $31 - 12 = x$.

En la Tabla 7 presento los seis tipos de problemas de igualación que puede haber.

Tabla 7. Los seis tipos de problemas de igualación. La letra *x* indica el valor que hay que calcular.

	Referencia	**Comparada**	**Diferencia**	**Aumento**	**Disminución**
Igualación 1	dato	dato	x	A	
Igualación 3	dato	x	dato	A	
Igualación 5	x	dato	dato	A	
Igualación 2	dato	dato	x		D
Igualación 4	dato	x	dato		D
Igualación 6	x	dato	dato		D

3.5. DIFICULTAD DE LOS PAEV DE SUMAS Y RESTAS

En Puig y Cerdán (1988) se hace mención a distintos tipos de variables que intervienen en el nivel de dificultad de los problemas: formato de presentación, longitud del enunciado, estructura gramatical, tamaño de los números, presencia de dibujos ilustrativos que facilitan a resolución, sobre todo en los primeros niveles de enseñanza, orden en el que aparecen los datos pues, si no corresponde con la colocación ordenada de los números en el algoritmo que se utilice, puede resolverse mediante una operación incorrecta, etc. Las variables que tengo en cuenta para el estudio que realizo son:

- El componente semántico, según los tipos que expuestos en una sección anterior.
- El tamaño de los números, pues si son grandes resulta más difícil el problema (Molina, 2015).

No existe una jerarquización clara de la dificultad absoluta según los tipos y subtipos de problemas, pero utilizaré el cuadro presentado por Puig y Cerdán (1988), el cual está basado en varios estudios sobre este tipo de problemas (Tabla 8). Este cuadro resume muchos datos experimentales que, según Puig y Cerdán (1988, p. 120),

> *son acordes con el grado de desarrollo de las estructuras cognitivas de los niños. Por eso pueden utilizarse con provecho para elaborar secuencias de instrucción en la resolución de problemas aditivos.*

Tabla 8. Dificultad por niveles de los distintos tipos y subtipos de PAEV de sumas y restas (Puig y Cerdán, 1988, p. 119).

	Nivel 1	**Nivel 2**	**Nivel 3**	**Nivel 4**
Combinación 1	x			
Combinación 2			x	
Cambio 1	x			
Cambio 2	x			
Cambio 3		x		
Cambio 4		x*		
Cambio 5			x	
Cambio 6			x	
Comparación 1			x*	
Comparación 2			x*	
Comparación 3			x	
Comparación 4			x	
Comparación 5				x*
Comparación 6				x*

* El asterisco indica tipos de problemas que, en algunas muestras, quedaron situados en el nivel anterior.

En este cuadro no aparecen los problemas de igualación y esta información (la comparación de las dificultades de los problemas, en particular la de los problemas de igualación) apenas se puede encontrar en las publicaciones. No obstante, Equipo de Orientación Educativa y Psicopedagógica de Ponferrada (EOEP)en la publicación "Resolución de problemas aritméticos en Primaria", del Equipo de Orientación Educativa y Psicopedagógica de Ponferrada (EOEP) (s.f.), se hace un estudio que incluye una propuesta de utilización de los diversos tipos de problemas por ciclos de E. Primaria y por edades (Tabla 9).

Tabla 9. Adecuación de los distintos tipos y subtipos de PAEV de sumas y restas a los ciclos, extraído de EOEP (s.f.).

CATEGORÍAS		**TIPOS**	**SECUENCIACIÓN EVOLUTIVA Y ACADÉMICA**
SUMA Y RESTA	**Cambio**	CA1 CA2	Ciclo I (1º EP) 6 a.
		CA3 CA4	Ciclo I-II (2º y 3º EP) 7-8 a.
		CA5 CA6	Ciclo I-II (2º y 3º EP) 8-9 a.
	Combinación	CO1	Ciclo I (1º EP) 6 a.
		CO2	Ciclo I-II (2º y 3º EP) 8 a.
	Comparación	CM1	Ciclo I-II (3º EP) 8 a.
		CM2	Ciclo I-II (1º a 3º EP) 6-8 a.
		CM3	Ciclo I-II (2º y 3º EP) 8-9 a.
		CM4	Ciclo I (1º EP) 7-8 a.
		CM5	Ciclo I-II (2º y 3º EP) 8-9 a.
		CM6	Ciclo I-II (2º y 3º EP) 8-9 a.
	Igualación	IG1, IG2, ..., IG6	Ciclo II-III (3º a 5º EP) 9-11 a.

3.6. DETECCIÓN DE LA ALTA CAPACIDAD MATEMÁTICA MEDIANTE LOS PAEV ADITIVOS

Sobre este tema tan específico no he encontrado artículos de investigación. Pero sí hay un Trabajo de Fin de Grado de Maestro en Primaria, en el que se dan unas pinceladas en relación con este tema, en particular con los problemas de Cambio y de Combinación en 1º E Primaria Se trata de Molina (2015). En ese trabajo se presenta una unidad de enseñanza, en la que, en un contexto de modelización, se trabajan problemas aditivos PAEV de cambio y de combinación. Esa unidad se experimenta en una clase ordinaria de un colegio público de 1ºE Primaria (entre los que hay un niño de alta capacidad) y con dos niños de alta capacidad, también de 1º E. Primaria, en un contexto extraescolar.

En el trabajo se describen perfiles de estudiantes en la resolución de problemas y se aprecian diferencias significativas entre la clase ordinaria y los niños de alta capacidad. En particular, el colectivo de alta capacidad no tiene dificultad con esos tipos de problemas ni cuando se aumenta el tamaño de los números a las centenas, mientras que estudiantes de razonamiento estándar, que pueden resolver los problemas con cantidades inferiores a 20, no tienen éxito con números grandes.

Se afirma que el problema de combinación 2 resultó difícil y que los problemas de cambio 5 y cambio 6 se respondieron en 19 y en 21 casos, respectivamente, de 28 niños de 1º EP, aunque quienes no son de alta capacidad matemática no pueden abordarlos con números grandes. Es interesante la siguiente afirmación que hace Molina (2015, p. 48):

> *Hemos podido demostrar que la resolución de problemas aporta a los maestros información cualitativa que les resulta realmente valiosa a la hora de detectar al alumnado que puede presentar AACC*[4] *desde edades tempranas y, en el caso de confirmarse, poder llevar a cabo las actuaciones pertinentes que les permitan seguir progresando de acuerdo a su nivel de aprendizaje.*

[4] AACC: Altas capacidades.

4. DESARROLLO DEL TRABAJO Y RESULTADOS

En los capítulos anteriores he intentado resaltar el interés de prestar atención educativa adecuada a los niños con altas capacidades. Para que esto sea posible, también he destacado la conveniencia de que los profesores sean capaces de detectar esta habilidad. Pero el objetivo de tal identificación no puede ser sólo etiquetar o establecer una distinción en sí, sino ayudar a elaborar propuestas de aprendizaje adecuadas al nivel de razonamiento matemático de estos estudiantes.

Por otra parte, el trabajo comenzado por Molina (2015), en el que utiliza problemas aritméticos de enunciado verbal, PAEV, de sumas y restas en el aula ordinaria, que le permiten discriminar a los niños de altas capacidades, fue sólo un estudio puntual, pero los resultados son suficientemente interesantes como para tenerlos en cuenta en algunos estudios que amplíen su trabajo.

En coherencia con todo lo expuesto, y tal como señalé en los objetivos de este trabajo, la propuesta del TFG que realizo incluye:

a) Realizar una propuesta de matemáticas (problemas PAEV aditivos) para trabajar en el aula con toda la clase de 1º, 2º y 3º EP, en términos de criterios a seguir para que el material sea adecuado.
b) Con extensión para los niños con razonamiento alto en matemáticas
c) Que permita identificar a los niños de alta capacidad matemática.

4.1. VIABILIDAD DE LA CONSECUCIÓN DE LOS OBJETIVOS

La viabilidad del segundo punto queda avalada, por ejemplo, por el trabajo de Nrich[5], un centro de investigación de la Universidad de Cambridge, pues parte de su material

[5] Nrich: http://nrich.maths.org/ Este centro surgió con la finalidad de atender al colectivo de alta capacidad matemática de todo el sistema educativo. Pero poco después el Gobierno británico pidió que, sin dejar al colectivo de alta capacidad matemática, se dirigieran también al resto de alumnado.

consiste en plantear problemas de matemáticas válidos para toda la clase, pero “con enriquecimiento”, de manera que los estudiantes con más posibilidades puedan profundizar más.

Por otra parte, los puntos primero y tercero también se pueden llevar a cabo, ya que se han abordado anteriormente en el estudio de Molina (2015), tal como indicaba anteriormente.

El análisis teórico de los tipos de problemas PAEV, atendiendo a su clasificación semántica y la información disponible sobre su dificultad, me ha permitido establecer una relación de problemas para trabajar en el aula.

Para mi propuesta de aula utilizaré dos versiones para cada tipo y subtipo de problema. La primera, versión fácil, contextualizada en la utilización de cubitos Multilink, con el fin de que los niños puedan representar lo que se dice en el enunciado. Una segunda, versión, más compleja por tener números mayores, desvinculada de la utilización del material comentado anteriormente (cubitos Multilink o similares).

Experimentalmente he podido pasar pocas pruebas a estudiantes, debido a la programación de matemáticas en el aula en la que impartía las prácticas de enseñanza, pues se desarrollaba el proyecto Entusiasmat, que tiene unas reglas muy estrictas sobre lo que hay que impartir cada día y cómo hacerlo.

No obstante, para tener información real del aula, he pasado una prueba en los cursos de 1º EP, 2º EP y 3º EP con una selección de 5 problemas y también he utilizado los problemas con una muestra de niños de 1º EP, 2º EP y 3º EP de alta capacidad general. He evaluado las respuestas y la información obtenida la presento más adelante.

4.2. PROPUESTA DE ENSEÑANZA EN EL AULA

Lo primero que me he planteado es la elaboración de una secuencia, ordenada por dificultad, con los diversos tipos y subtipos de problemas, resumida en la Tabla 10 Para ello he tomado como referencia la tabla 8, de Puig y Cerdán, y el documento EOEP (s.f.) y he elaborado una secuencia con dos niveles más de los propuestos en la tabla 8, para lo cual he tenido en cuenta los cursos y edades propuestos en EOEP. Esos dos niveles incluyen los problemas de igualación, que no se contemplaban en Puig y Cerdán, pero sí en EOEP.

De todas maneras, los estudios que he leído al respecto y mi experiencia personal concluyen que la ordenación y los cursos o edades que aquí se proponen no son tajantes y, de hecho, algunos documentos abogan por la supresión de edades o cursos en lo que a la catalogación de la dificultad de estos problemas se refiere. Los porcentajes de éxito pueden variar de unos grupos a otros. Por ello, esta tabla es orientativa y, tal como indico en otro momento, será el profesor quien, a través de un cuestionario inicial, deberá plantear a cada estudiante lo adecuado para su rpogreso.

Tabla 10. Propuesta de ordenación por dificultad de los tipos y subtipos de PAEV de sumas y restas.

Nivel de Dificultad	Tipos de Problemas	Cursos	Edades
1	Combinación 1	1º EP	6 años
	Cambio 1	1º EP	6 años
	Cambio 2	1º EP	6 años
2	Cambio 4*	2º EP	7 y 8 años
	Cambio 3	2º y 3º EP	7 y 8 años
3	Comparación 2*	1º a 3º EP	6 y 8 años
	Comparación 4	2º EP	7 y 8 años
	Comparación 1*	3º EP	8 años
	Combinación 2	2º y 3º EP	8 años
	Cambio 6	2º y 3º EP	8 años
	Cambio 5	2º y 3º EP	8 y 9 años
	Comparación 3	2º y 3º EP	8 y 9 años
4	Comparación 5*	2º y 3º EP	8 a 11 años
	Comparación 6*	2º y 3º EP	8 a 11 años
5	Igualación 1	3º y 4º EP	9 y 10 años
	Igualación 2	3º y 4º EP	9 y 10 años
	Igualación 3	3º y 4º EP	9 y 10 años
	Igualación 4	3º y 4º EP	9 y 10 años
6	Igualación 5	3º a 5º EP	9 a 11 años
	Igualación 6	3º a 5º EP	9 a 11 años

4.3. PROPUESTAS CONCRETAS DE PROBLEMAS

El primero de los objetivos de este Trabajo Fin de Grado era realizar una propuesta de enseñanza de matemáticas, centrada en la resolución de PAEV de sumas y restas, para trabajar en el aula con toda la clase de los cursos 1º, 2º o 3º de E. Primaria.

Anteriormente he presentado una ordenación de dificultad de los diversos tipos y subtipos de PAEV aditivos, lo cual le permitirá al profesor seleccionar los problemas del nivel que necesite. Esta es la información principal a tener en cuenta para organizar y plantear en el aula los ejercicios adecuados para cada niño.

Como ejemplo y como material concreto que se puede llevar al aula, para este trabajo he elaborado tres secuencias de problemas para este trabajo, dos de ellas ordenadas según esa jerarquización de dificultad, que mostraré más adelante, y la otra batería de problemas, no ordenados según esa jerarquización de dificultad, sino agrupando por tipo de problema. Esta última batería la he mostrado anteriormente en este TFG, al introducir los distintos tipos y subtipos de PAEV aditivos. Para cada subtipo de problema, la estructura matemática y la gramatical es la misma en las tres versiones.

De las dos baterías de problemas ordenados por dificultad, la primera secuencia es más fácil (facilidad dentro de cada subtipo de problema); he utilizado números iguales o menores a 20, puesto que, tal como indica Molina, algunos problemas que sí resuelven mayoritariamente los niños de 1º E. Primaria con este rango de números, pueden resultar irresolubles cuando se proponen cantidades mayores.

Está planteada en un contexto de cubitos Multilink[6] o similares, de manera que los niños puedan disponer de este material para representar la situación si lo necesitan, pues “simular las acciones que indica el problema”[7] (Posamentier y Krulik, 2009) es una de las estrategias de resolución de problemas que puede ayudar a encauzar correctamente a solución.

En la segunda secuencia, la más difícil, hay cantidades superiores a 20 y ya no me he restringido al contexto de cubitos, pues no se pueden utilizar unidades para representar la situación del problema.

Respecto a la metodología de trabajo en la clase, puede ser variada. Una posibilidad es la utilización de fichas, de manera que cada pareja o grupo de pocos niños disponga de una ficha con el enunciado de un problema, avanzando según lo considere el profesor.

[6] cubos de plástico de colores, de 2 cm de arista. Se pueden ensartar, aunque se utilizan también sueltos.

[7] simular las acciones es una herramienta heurística, estrategia de resolución de problemas, que aparece en el listado proporcionado por posamentier y Krulik (2009)

A continuación presento las dos secuencias de PAEV aditivos ordenadas por niveles de dificultad (Tablas 11 y 12). Las edades y cursos (ciclos) asociados a cada tipo de problemas son los propuestas en EOEP (s.f.), aunque hay casos en los que un mismo ciclo no tiene asignado el mismo rango de edades

Tabla 11. Primera propuesta de enunciados de problemas de los tipos y subtipos de PAEV de sumas y restas.

Nivel de Dificultad	Tipos de Problemas	Cursos	Edad	Enunciados
1	Combinación 1	1º	6	En una bolsita hay 6 cubitos rojos y 7 verdes. ¿Cuántos cubitos hay en total?
	Cambio 1	1º	6	En una caja hay 5 cubitos y añades 9. ¿Cuántos cubitos tiene entonces la bolsa?
	Cambio 2	1º	6	Te has llevado al colegio 14 cubitos pero por el camino se te han caído 10. ¿Cuántos te han quedado?
2	Cambio 4*	2º	7 y 8	Loli tenía 17 cubitos pero esta mañana le ha regalado algunos a su primo y a ella le han quedado 9. ¿Cuántos cubitos le ha regalado Loli a su primo?
	Cambio 3	2º y 3º	7 y 8	José ha construido un monstruito con 13 cubitos, pero encuentra más cubitos y los añade, de manera que su monstruito final tiene 18 cubitos. ¿cuántos cubitos ha añadido?
3	Comparación 2*	1º a 3º	6 y 8	Mariló tiene 8 cubitos y Eduardo tiene 17 cubitos. ¿Cuántos cubitos tiene Mariló menos que Eduardo?
	Comparación 4	2º	7 y 8	Ernesto tiene una caja con 19 cubitos. Ramiro tiene una caja con 8 cubitos menos que Ernesto. ¿Cuántos cubitos tiene la caja de Ramiro?
	Comparación 1*	3º	8	Felicia tiene 8 cubitos y Román tiene 14 cubitos. ¿Cuántos cubitos tiene Román más que Felicia?

Nivel de Dificultad	**Tipos de Problemas**	**Cursos**	**Edad**	**Enunciados**
	Combinación 2	2º y 3º	8	En una bolsa con 19 cubitos, 14 son verdes y el resto amarillos. ¿Cuántos son amarillos?
	Cambio 6	2º y 3º	8	A Marina ha abierto una bolsa nueva de cubitos y se le han caído 7. En la bolsa han quedado 15 cubitos. ¿Cuántos había antes en la bolsa?
	Cambio 5	2º y 3º	8 y 9	Ramiro se encuentra 5 cubitos en la calle. Al juntarlos con los suyos tiene 13 cubitos. ¿Cuántos cubitos tenía Ramiro antes?
	Comparación 3	2º y 3º	8 y 9	Mi hermana ha hecho una tira con 11 cubitos. Yo he hecho una tira con 6 cubitos más que mi hermana. ¿Cuántos cubitos tiene mi tira?
4	Comparación 5*	2º y 3º	8 a 11	Andrea coge 14 cubitos, que son 5 más que los que coge Miguel. ¿Cuántos cubitos coge Miguel?
	Comparación 6*	2º y 3º	8 a 11	Sebastián esconde 8 cubitos en una caja, que son 6 menos que los que esconde Nuria. ¿Cuántos cubitos esconde Nuria?
5	Igualación 1	3º y 4º	9 y 10	Armando tiene 3 cubitos y Lorena tiene 12 cubitos. ¿Cuántos tenemos que darle a Armando para que tenga los mismos que Lorena?
	Igualación 2	3º y 4º	9 y 10	Samanta tiene 14 cubitos y Pepe tiene 5 cubitos. ¿Cuántos cubitos tiene que dejar Samanta para quedarse con los mismos que Pepe?
	Igualación 3	3º y 4º	9 y 10	Gerardo tiene 13 cubitos. Si a Rocío le damos 4 cubitos, entonces tendrá los mismos que Gerardo. ¿Cuántos cubitos tiene Rocío?

Nivel de Dificultad	Tipos de Problemas	Cursos	Edad	Enunciados
	Igualación 4	3º y 4º	9 y 10	Bárbara tiene 8 cubitos. Si a Pascual le cogemos 3 cubitos, entonces tendrá los mismos que Bárbara. ¿Cuántos cubitos tiene Pascual?
6	Igualación 5	3º a 5º	9 a 11	En la caja roja hay 15 cubitos. Si añadimos 4 habrá los mismos que en la caja verde. ¿Cuántos cubitos hay en la caja verde?
	Igualación 6	3º a 5º	9 a 11	Jaime ha comprado 16 cubitos. Si regala 4, entonces tendrá los mismos que Ana. ¿Cuántos cubitos tiene Ana?

Tabla 12. Segunda propuesta de enunciados de problemas de los tipos y subtipos de PAEV de sumas y restas.

Nivel de Dificultad	Tipos de Problemas	Cursos	Edad	Enunciados
1	Combinación 1	1º	6	En una caja de frutas ha 70 peras y 25 manzanas ¿Cuántas piezas de fruta hay?
	Cambio 1	1º	6	En tu hucha tienes 63 euros y te encuentras 35 euros en la calle, que metes en la hucha. ¿Cuántos euros tienes entonces en la hucha?
	Cambio 2	1º	6	La profesora había puesto para el examen 83 palabras para aprender en el vocabulario de valenciano, pero hoy ha quitado 27. ¿Cuántas palabras hay que aprender para el examen?
2	Cambio 4*	2º	7 y 8	De los 134 euros con los que he salido de casa esta mañana, sólo me quedan 75. ¿Cuánto dinero me he gastado?

Nivel de Dificultad	Tipos de Problemas	Cursos	Edad	Enunciados
	Cambio 3	2º y 3º	7 y 8	En mi cajón de juguetes tenía 214 piezas de Lego, pero he añadido las de mi hermano porque él no las quiere y en total tengo 318 pizas. ¿Cuántas piezas son de mi hermano?
3	Comparación 2*	1º a 3º	6 y 8	Mario tiene 71 cromos y Elena tiene 45 cromos. ¿Cuántos cubitos tiene Elena menos que Mario?
	Comparación 4	2º	7 y 8	Ernesto tiene una caja con 19 cubitos. Ramiro tiene una caja con 8 cubitos menos que Ernesto. ¿Cuántos cubitos tiene la caja de Ramiro?
	Comparación 1*	3º	8	Rafa tiene 360 pegatinas y Lourdes tiene 285. ¿Cuántas pegatinas tiene Rafa más que Lourdes?
	Combinación 2	2º y 3º	8	En un viñedo con 564 viñas hay 239 viñas de uva verde el resto son de uva roja. ¿Cuántas vides son de uva roja?
	Cambio 6	2º y 3º	8	Luz y Pacho han comprado una caja de lego y han utilizado 326 ladrillos para construir una casa. Todavía les quedan 185 ladrillos. ¿Cuántos ladrillos tiene una caja de lego completa?
	Cambio 5	2º y 3º	8 y 9	Sole está preparando una fiesta. Ha hecho 103 galletas de carita sonriente. Su amiga Petra llega con 97 galletas para añadirlas a las de Sole. ¿Cuántas galletas tiene ahora Sole para su fiesta?
	Comparación 3	2º y 3º	8 y 9	Sergio se ha gastado 345 céntimos en cromos y Paula se ha gastado 45 céntimos más que Sergio. ¿Cuántos céntimos se ha gastado Paula?

Nivel de Dificultad	Tipos de Problemas	Cursos	Edad	Enunciados
4	Comparación 5*	2º y 3º	8 a 11	Bartolo ha revisado las 316 fotografías que hizo durante su viaje a Asturias. Esas son 39 fotografías más que las que hizo su amigo Roberto. ¿Cuántas fotografías hizo Roberto?
	Comparación 6*	2º y 3º	8 a 11	Piluca ha contado los 178 días que tiene reservada la cancha de baloncesto este año. Son 45 menos de los que tiene partido. ¿Cuántos días tiene partido?
5	Igualación 1	3º y 4º	9 y 10	Roque tiene 427 tapones de botella y Julio tiene 254. ¿Cuántos tapones más tiene que conseguir Roque para tener los mismos que Julio?
	Igualación 2	3º y 4º	9 y 10	Paco tiene que poner arena en una bolsa para un trabajo de naturales. Ha cogido 243 gramos de arena. La bolsa que le dan de muestra tiene 180 gramos. ¿Cuántos gramos ha de tirar Paco para hacer una bolsa con la misma cantidad de gramos que la de muestra?
	Igualación 3	3º y 4º	9 y 10	Luna tiene 123 chistes en el archivo que está escribiendo con todos los que encuentra. Marcos también está haciendo su colección de chistes. Si Marcos añade a su documento 31 chistes, entonces tendrá los mismos que Luna. ¿Cuántos chistes tiene ahora Marcos?
	Igualación 4	3º y 4º	9 y 10	Manolo trabajará 156 horas como monitor de juegos este año. Si a Rosario le reducen 37 horas, entonces tendrá que hacer las mismas horas que Manolo. ¿Cuántas horas tiene asignadas Rosario?

Nivel de Dificultad	Tipos de Problemas	Cursos	Edad	Enunciados
6	Igualación 5	3º a 5º	9 a 11	En la sala de bodas de un hotel hay 97 sillas. Si se añaden 58, entonces habrá la misma cantidad que en la sala de conferencias. ¿Cuántas sillas hay en la sala de conferencias?
	Igualación 6	3º a 5º	9 a 11	El texto que he escrito tiene 267 páginas. Si borro 43 páginas, entonces estará como pide la profesora. ¿Cuántas páginas pide la profesora?

4.4. LAS EXPERIMENTACIONES

Vamos a abordar ahora la parte experimental relacionada con este trabajo. Tal como he indicado con anterioridad, no ha sido posible llevar a cabo las sesiones que habría deseado para favorecer la adquisición de competencias en la resolución de PAEV aritméticos de sumas y restas en los primeros cursos de E. Primaria (1º EP a 3º EP), proporcionar problemas adecuados para los estudiantes de mayor razonamiento matemático y comprobar si estos problemas pueden ser útiles como identificadores de niños con razonamiento avanzado en matemáticas.

4.4.1. Grupos testados

En el colegio donde he realizado las prácticas he podido pasar un cuestionario con cinco problemas PAEV durante una sesión, en un grupo de 1ª EP (28 niños), un grupo de 2º EP (13[8] niños) y un grupo de 3º EP (16 niños).

Asimismo, en talleres extraescolares de matemáticas para niños con talento general superior a la media he utilizado ese mismo test en un grupo mixto de 1EP y 2EP, y en otro de 3º EP. Además, en el primero de estos grupos (1º EP y 2º EP) se pudo hacer una segunda sesión con tres problemas de los tipos que ya se habían utilizado anteriormente. En esta sesión, la primera parte se dedicó a resolver tres problemas, con explicaciones por parte del profesor; en la segunda parte de la sesión se pasó un cuestionario con tres problemas de estructura parecida a los que se acababan de resolver.

[8] Debido a una actividad realizada en el colegio en paralelo a las clases el día que los niños de 2º EP y 3º EP respondieron el test, la muestra de alumnos de estos cursos se redujo aproximadamente al 50%.

En la Tabla 13 se presentan los grupos testados con la cantidad de niños por grupo. El rótulo "sin docencia" hace referencia a que no se realizó ninguna explicación previa referente a resolución de problemas de este tipo; cada niño tenía la formación que pudiera haber adquirido en su experiencia escolar previa, no específica de este contenido. El rótulo "con docencia" significa que en la misma sesión se resolvió, con anterioridad a administrar el cuestionario, un problema parecido a cada uno de los tres del cuestionario (ver tabla 13).

Tabla 13. Datos de los grupos de alumnos testados.

Cursos	Colegio sin docencia	Extraescolar sin docencia	Extraescolar con docencia
1º EP	28	1	3
2º EP	13	7	8
3º EP	16	4	--

4.4.2. Metodología

En los grupos de 1º EP y de 2º EP del colegio se leía cada problema en voz alta y los niños lo contestaban; eso se hacía con cada problema. En 3º EP la profesora consideró que los niños estaban habituados a leer e interpretar por sí mismos los textos, por lo que se repartió el cuestionario y no se hizo lectura general.

En el taller extraescolar se repartió el cuestionario en todos los cursos, y no se hizo lectura dirigida a la comprensión de la situación del problema.

Cada niño respondía individualmente al cuestionario, que luego se recogía.

4.4.3. Corrección de las respuestas

Me he centrado principalmente en detectar la capacidad de los niños para entender lo que se debía de hacer, y he relegado a un segundo plano la habilidad de cálculo mental y la destreza con los algoritmos de las operaciones. Por ello, lo que consideraba como correcto (excepto en casos extremos) era la comprensión de la operación que había que realizar, aunque hubiera errores de cálculo o algorítmicos.

En la codificación que aparece en las tablas siguientes se incluyen comentarios abreviados (cuyos códigos indico junto a las tablas) sobre la corrección de las respuestas, el uso de algoritmos acciones como borrar un resultado, etc. En algunos casos, se considera que el error ha sido de cálculo o de que no se han aplicado bien las reglas del método de realización de la suma o resta correspondiente, pero la operación elegida es la correcta. En ocasiones se puede realizar esta afirmación claramente, pues aparece la operación realizada, pero otras veces sólo disponemos del resultado numérico y debemos deducir la operación que ha utilizado el niño y el error cometido.

4.4.4. Los cuestionarios

Para elaborar el cuestionario he tenido en cuenta la limitación que supone tener que realizarlos en una sesión de clase, y que se trata de los cursos inferiores de E. Primaria. Por ello, no es posible probar todos los subtipos y hay que realizar una selección. He puesto 5 problemas, que es el máximo que, de acuerdo con la profesora, consideramos adecuado.

Dado que el contenido curricular en el que se realiza este TFG son los PAEV aditivos, he incluido un problema de cada tipo (Cambio, Combinación, Comparación e Igualación).

Como he planteado como objetivo la atención y la detección de niños con alta capacidad matemática, hay problemas de dificultad alta. Pero también tengo en cuenta la clasificación en niveles de dificultad referenciada en los capítulos anteriores, y he incluido problemas de distintos niveles.

Por otra parte, para la sesión en la que se realizó una fase de instrucción y un cuestionario a continuación, he utilizado 3 en cada fase. He utilizado los problemas asociados de cada par, uno con significado de incremento y el otro de disminución (Cambio 5 - Cambio 6, Comparación 5 – Comparación 6, Igualación 3 – Igualación 4); uno es el que se resuelve en la sesión y el otro el que se utiliza en el cuestionario. De esta manera, el problemas que se utiliza en el período de instrucción, con la ayuda del profesor, posee la misma estructura que el que el alumno deberá resolver por sí mismo.

Para el test de 5 problemas, me he decantado por la propuesta que muestro en la tabla siguiente, si bien soy consciente de que podrían haberse elegido otras muchas variantes con resultados análogos para el objetivo de nuestro trabajo.

He incluido un problema del nivel inferior, Cambio 2, para estar seguro de que alguno de los problemas sería entendido por todos los alumnos (excepto casos con rendimiento pobre en matemáticas).

No he incluido problemas del nivel 2 porque creo que en el nivel 3 hay mucha variedad de problemas y es un nivel que es objeto de trabajo en los cursos a los que dirijo mi propuesta (1º a 3º E Primaria) y, dado que me interesa destacar material adecuado para niños de alta capacidad, es necesario explorar niveles que no sean demasiado sencillos. Para ello, hago dos propuestas de problemas del nivel 3, cada una de un tipo de PAEV: Cambio 5 y Combinación 2. Los niveles 4 y 5 pueden ser difíciles para los estudiantes de razonamiento medio, pero hay que probar si, con o sin instrucción, resultan interesantes para alta capacidad matemática. No he incluido problemas de nivel 6 porque, en la limitación que supone la restricción a 5 problemas, incluir alguno de ese nivel requiere la supresión de alguno de los seleccionados, los cuales tiene justificada su inclusión. Dejo como objetivo de otro trabajo el estudio con este nivel y con más problemas.

Para el cuestionario posterior a la instrucción, he elegido tres tipos de problemas de los ya experimentados en el test de 5 problemas, con el fin de observar si la resolución explicada de esos problemas influye en una mejoría del razonamiento.

En la tabla 14 se ven los tipos de problemas elegidos:

- En el cuestionario de 5 problemas, para el cual no ha habido instrucción previa, se han utilizado los problemas cuyos códigos están en mayúsculas.
- Los 3 problemas resueltos en el aula durante la fase de instrucción son los que corresponden a los códigos escritos en minúsculas.
- Los 3 problemas del cuestionario posterior a la fase de instrucción son los incluidos en las mismas celdas de los 3 problemas resueltos y cuyos códigos están escritos en mayúsculas.

Tabla 14. Tipos de problemas seleccionados para los cuestionarios.

	Cambio	**Combinación**	**Comparación**	**Igualación**
Nivel 1	CAMBIO 2			
Nivel 2				
Nivel 3	CAMBIO 5 Cambio 5	COMBIN. 2		
Nivel 4			COMPAR. 6 Compar. 6	
Nivel 5				IGUALAC. 4 Igualación 4
Nivel 6				

A continuación muestro los enunciados de los problemas que se utilizaron en los cuestionarios, organizados en los dos cuestionarios y la sesión de instrucción. El texto escrito en rojo ofrece la información que no estaba en el cuestionario que entregué a los niños: El tipo de problema y su solución correcta.

4.4.4.1. Cuestionario de 5 problemas que se pasó a estudiantes sin instrucción previa

Problema 1. Cambio 2

Román tiene 46 peces en su acuario.

Le da 14 peces a Margarita.

¿Cuántos peces le quedan a Román en el acuario?

OPERACIÓN

46 - 14 = 32

Problema 2. Combinación 2

En una casa hay 41 cuadros.

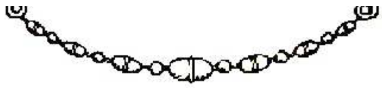
28 cuadros están colgados en las paredes y el resto almacenados en el sótano.

¿Cuántos cuadros hay almacenados en el sótano?

OPERACIÓN

41 - 28 = 13

Problema 3. Cambio 5



Amalia colecciona pulseras.

Fátima le regala 8 pulseras, y entonces

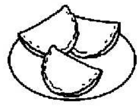
Amalia tiene 33.

¿Cuántas pulseras tenía Amalia antes de que Fátima le regalara las suyas?

OPERACIÓN

33 - 8 = 25

Problema 4. Comparación 6



Manolo ha puesto en el horno 37 empanadillas.

Son 13 menos de las que tiene Concha en su horno.

¿Cuántas empanadillas ha puesto Concha en el horno?

OPERACIÓN

37 + 13 = 50

Problema 5. Igualación 4

Marina tiene 19 gomas.

Si Óscar pierde 12 gomas, tendrá la misma cantidad de gomas que Marina.

¿Cuántas gomas tiene Óscar?

OPERACIÓN

19 + 12 = 31

4.4.4.2. Problemas resueltos en el taller extraescolar (cursos 1º EP y 2º EP) como instrucción previa

Problema 3. Enseñanza, Cambio 6

Susi tiene 15 caramelos porque ha perdido 2.

¿Cuántos caramelos tenía Susi antes?

OPERACIÓN

15 + 2 = 17

Problema 4. Enseñanza, Comparación 5

Pascual tiene 4 lápices. Tiene 4 más que Andrea.

¿Cuántos lápices tiene Andrea?

OPERACIÓN

4 – 4 = 0

Problema 5. Enseñanza, Igualación 4

Pepe tiene 10 canicas.

A Marina le darán luego 3 canicas, y entonces tendrá las mismas que Pepe.

¿Cuántas canicas tiene ahora Marina?

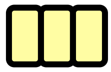
OPERACIÓN

10 – 3 = 7

4.4.4.3. Cuestionario de 3 problemas que se pasó a los estudiantes del taller extraescolar (cursos 1º EP y 2º EP) después de la instrucción

Problema 3b. Cambio 5

Juanjo tiene 28 cromos porque Rosa le ha regalado 7. ¿Cuántos cromos tenía Juanjo antes?



OPERACIÓN

28 – 7 = 21

Problema 4b. Comparación 6

Marta ha contado los libros que tiene en su biblioteca, que son 15.

Tiene 6 menos que Lucía.

¿Cuántos libros tiene Lucía?

OPERACIÓN

15 + 6 = 21

Problema 5b. Igualación 4

En el corral de Jordi hay 15 pollitos.

Susi le regalará mañana 4 pollitos a una amiga y entonces tendrá la misma cantidad que Jordi. ¿Cuántos pollitos tiene ahora Susi?

OPERACIÓN

15 + 4 = 19

4.5. LOS RESULTADOS

Voy a intentar dar una visión de lo que, desde mi punto de vista, se desprende de este estudio en relación con los temas que estoy abordando en este TFG.

He podido constatar que es interesante prestar atención por separado a lo que sucede en los grupos del colegio, por una parte, y en los talleres extraescolares por otra, así como comparar ambos resultados. También me ha parecido razonable analizar la influencia de la instrucción sobre los resultados.

En las Tablas 15, 16, 17, 18, 19 y 20 muestro los resultados individuales de los niños, en términos de corrección de la respuesta, organizados de esta manera:

- Para cada curso del colegio, 1º EP, 2º EP y 3º EP, todos sin instrucción previa.
- Para los grupos de talleres extraescolares:
    - Taller de 1º EP y 2º EP sin instrucción previa y con instrucción previa.
    - Taller de 3º EP sólo sin instrucción previa.

Después de las tablas de resultados, he incluido una serie de observaciones específicas sobre los datos presentados en las tablas: Dificultad de los problemas (es decir, éxito de los estudiantes en su resolución). Comparación entre respuestas sin y con instrucción previa. Comparación entre las respuestas de los estudiantes del colegio y los del taller extraescolar.

Las tablas siguientes incluyen estos códigos:

- *Número entre paréntesis en la cabecera de la tabla* = respuesta correcta y operación que hay que realizar
- *Número entre paréntesis en las celdas de la tabla* = respuesta del niño, a veces seguida por la operación realizada
- *Bien* = respuesta bien
- *Casi* = respuesta casi correcta
- *Reg* = respuesta regular
- *Mal* = respuesta mal
- *Nulo* = respuesta errónea porque borró la solución correcta
- *Alg* = algoritmo
- *¿Alg?* = parece que es algoritmo
- *Oper* = operación mal hecha
- *Borra* = borra una respuesta, indicada a continuación
- *NC* = no contesta
- *Color verde* = Respuesta correcta
- *Color amarillo* = Respuesta que plantea la operación correcta pero la realiza mal
- *Color salmón* = Respuestas nulas

En las tablas aparece entre paréntesis el resultado numérico aportado por el niño, cuando no es el correcto.

Tabla 15. Curso 1º EP del colegio. Resultados de cada niño a los problemas del test.

		COLEGIO	1º EP SIN ENSEÑANZA			
		Pez	**Cuadro**	**Pulsera**	**Empanad**	**Goma**
		CAMBIO 2	**COMBINAC 2**	**CAMBIO 5**	**COMPAR 6**	**IGUAL 4**
Estud.	**Curso**	**(32-)**	**(13-)**	**(25-)**	**(50+)**	**(31+)**
C1-01	1	Bien	NC	Bien	Mal (24-)	NC
C1-02	1	Mal (41)	Mal (0)	Mal (8)	Mal (13)	NC
C1-03	1	Bien	Bien	NC	Mal (25)	Mal (7-)
C1-04	1	Reg (Casi 33)	Nulo (Borra 05)	Reg (Casi 26)	Mal (26)	Mal
C1-05	1	Reg (Casi 34)	Mal (38)	Mal (12)	Mal (24-)	NC
C1-06	1	Bien	NC	Mal (41)	Mal (29)	Mal (7-)
C1-07	1	NC	NC	Bien	NC	NC
C1-08	1	Mal (60)	Mal (81)	Mal (42)	Mal (06)	Mal (7-)
C1-09	1	Bien	NC	Reg (22)	Mal (24-)	Mal (38)
C1-10	1	Mal (23) ¿Alg Mal?	Reg (27 alg)	Bien	Bien	Bien
C1-11	1	Mal (02)	Mal (5)	Mal (0)	Mal (25)	NC
C1-12	1	Bien	Mal (22)	Bien	Mal (24-)	Bien
C1-13	1	Reg (Casi 31)	Bien	NC	Mal (24-)	Mal (7-)
C1-14	1	Bien	Bien	Reg (22)	Bien	Mal (7-)
C1-15	1	Bien	Bien	Reg (22)	Mal (25)	Mal (19)
C1-16	1	Reg (Casi 33)	Reg (11)	Mal (39)	Mal (36)	Mal (8)
C1-17	1	Bien	Bien	Bien	Mal (36)	Mal (19)
C1-18	1	Bien	NC	Bien	Mal (24-)	NC
C1-19	1	Bien	Bien	Bien	Mal (25 Borra 50)	Reg (Casi 33)
C1-20	1	Bien	Reg (Casi 12)	Bien	Mal (13)	Mal (19)
C1-21	1	Nulo (Borra 32)	Nulo (Borra 13)	NC	NC	Mal (9)
C1-22	1	Bien	Bien	Bien	Mal (24-)	Mal (7-)
C1-23	1	Bien	Mal (19)	Mal (5)	Mal (25)	Mal (7-)
C1-24	1	Mal (54)	Mal (67)	Mal (33)	Mal (24-)	Mal (7-)
C1-25	1	Bien	Bien	Bien	Mal (25)	Bien
C1-26	1	Nulo (Borra 32 y 24)	NC	NC	Mal (24-)	Mal (0)
C1-27	1	Bien	Mal (19)	Mal (Casi 26)	Mal (24-)	Mal (7-)
C1-28	1	Mal (Casi 31)	Mal (27 alg)	Bien	Mal (24-)	NC

Tabla 16. Curso 2º EP del colegio. Resultados de cada niño a los problemas del test.

Estud.	Curso	COLEGIO Pez CAMBIO 2 (32-)	2º EP SIN ENSEÑANZA Cuadro COMBINAC 2 (13-)	Pulsera CAMBIO 5 (25-)	Empanad COMPAR 6 (50+)	Goma IGUAL 4 (31+)
C2-01	2	Bien	Reg (Casi 12)	Bien	Mal (24-)	Mal (27-) Oper
C2-02	2	Bien	Reg (Casi 12)	Bien	Mal (24-)	Mal (7-)
C2-03	2	Bien	Bien	Reg (Casi 23)	Bien	Mal (7-)
C2-04	2	Bien	Mal (23) ¿Alg?	Reg (Casi 26)	Mal (24-)	Mal (7-)
C2-05	2	Bien	Bien	Bien	Mal (24-)	Mal (7-)
C2-06	2	Bien	Reg (27) ¿Alg?	Mal (41+)	Mal (24-)	Mal (7-)
C2-07	2	Bien	Reg (27-) Alg	Mal (33+) Alg	Mal (24-)	Mal (7-)
C2-08	2	Bien	Bien	Bien	Bien	Bien
C2-09	2	Bien	Reg (Casi 14)	Reg (35-) Alg	Mal (24-)	Mal (7-)
C2-10	2	Bien	Reg (27) ¿Alg?	Bien	Mal (23)	Mal (7-)
C2-11	2	Bien	Bien	Bien	Mal (24-)	Mal (7-)
C2-12	2	Mal (60)	Mal (56)	Bien	Mal (24-)	Mal (7-)
C2-13	2	Mal (2)	Reg (Casi 12)	Bien	Mal (24-)	Mal (7-)

Tabla 17. Curso 3º EP del colegio. Resultados de cada niño a los problemas del test.

Estud.	Curso	COLEGIO Pez CAMBIO 2 (32-)	3º EP SIN ENSEÑANZA Cuadro COMBINAC 2 (13-)	Pulsera CAMBIO 5 (25-)	Empanad COMPAR 6 (50+)	Goma IGUAL 4 (31+)
C3-01	3	Mal (60)	Mal (67)	Mal (31)	Mal (40)	Mal (1-)
C3-02	3	Bien	Bien	Reg (Casi 24-)	Bien	Mal (7-)
C3-03	3	Bien	Reg (27) ¿Alg?	Mal (17)	Mal (18)	Mal (7-)
C3-04	3	Bien	Mal (55-)	Mal (41+)	Mal (24-)	Mal (7-)
C3-05	3	Bien	Bien	Bien	Mal (24-)	Mal (7-)
C3-06	3	Bien	Mal (20)	Mal (40)	Mal (12)	Mal (19=)
C3-07	3	Bien	Reg (23-) Alg	Bien	Bien	Bien
C3-08	3	Mal (37)	Mal (23) ¿Alg?	Mal (41+)	Mal (14)	Mal (7-)
C3-09	3	Mal (51)	Mal (51)	Mal (17)	Mal (14)	Mal (13)
C3-10	3	Bien	Mal (20)	Bien	Mal (13)	Mal (7-)
C3-11	3	Mal (60+)	Mal (69+)	Mal (41+)	Mal (50+)	Bien
C3-12	3	Mal (60+)	Bien	Mal (41+)	Mal (24-)	Mal (7-)
C3-13	3	Bien	Reg (27-) Alg	Reg (35-) Alg	Mal (24-)	Mal (7-)

		COLEGIO	3º EP SIN ENSEÑANZA			
		Pez	Cuadro	Pulsera	Empanad	Goma
		CAMBIO 2	COMBINAC 2	CAMBIO 5	COMPAR 6	IGUAL 4
Estud.	**Curso**	**(32-)**	**(13-)**	**(25-)**	**(50+)**	**(31+)**
C3-14	3	Reg (33-) Mal Alg	Reg (33-) Mal Alg	Bien	Mal (24-)	Mal (10)
C3-15	3	Bien	Reg (Casi 14-)	Mal (41+)	Bien	Bien
C3-16	3	Mal (08)	Mal (55)	Mal (558)	Mal (09)	Mal (12)

Tabla 18. Cursos 1º y 2º EP del grupo extraescolar sin enseñanza previa. Resultados de cada niño a los problemas del test.

		EXTRAESCOLAR	1º EP y 2º EP SIN ENSEÑANZA			
		Pez	Cuadro	Pulsera	Empanad	Goma
		CAMBIO 2	COMBINAC 2	CAMBIO 5	COMPAR 6	IGUAL 4
Estud.	**Curso**	**(32-)**	**(13-)**	**(25-)**	**(50+)**	**(31+)**
E1/2-01	1	Bien	Reg (Casi 14)	Bien	Mal (24-)	Bien
E1/2-05	2	Bien	Bien	Bien	Mal (24-)	Mal (07-)
E1/2-06	2	Mal (50+)	Reg (Alg M -)	Bien	Mal (24-)	Mal (07-)
E1/2-07	2	Bien	Bien	Bien	Mal (24-)	Bien
E1/2-08	2	Bien	¿Reg (Alg M -)?	Bien	Mal (24-)	Bien
E1/2-09	2	Bien	Bien	Bien	Bien	Bien
E1/2-15	2	Bien	Bien	Mal 41 (+)	Bien	NC
E1/2-16	2	Bien	Bien	Bien	Mal (24-)	Bien

Tabla 19. Curso 1º y 2º EP del grupo extraescolar con enseñanza previa. Resultados de cada niño a los problemas del test.

		EXTRAESCOLAR	1º EP y 2º EP CON ENSEÑANZA	
		Cromos	Biblioteca	Pollitos
		CAMBIO 5	COMPARAC 6	IGUAL 4
Estud.	**Curso**	**(21-)**	**(21+)**	**(19+)**
E1/2-02	1	Bien	Bien	Bien
E1/2-03	1	Bien	Bien	Mal (11-)
E1/2-04	1-2	Bien	Bien	Bien
E1/2-05	2	Bien	Bien	Mal (11-)
E1/2- 06	2	Bien	Bien	Mal (11-)
E1/2- 07	2	Bien	Mal (09-)	Mal (11-)
E1/2- 08	2	Bien	Bien	Mal (11-)

		EXTRAESCOLAR	1º EP y 2º EP CON ENSEÑANZA	
		Cromos	Biblioteca	Pollitos
		CAMBIO 5	COMPARAC 6	IGUAL 4
Estud.	Curso	(21-)	(21+)	(19+)
E1/2- 09	2	Bien	Bien	Bien
E1/2-10	2	Bien	Bien	Bien
E1/2-11	2	Bien	Bien	Mal (11-)
E1/2-15	2	Bien	Bien	Bien

Tabla 20. Curso 3º EP del grupo extraescolar sin enseñanza previa. Resultados de cada niño a los problemas del test.

		EXTRAESCOLAR	3º EP SIN ENSEÑANZA			
		Pez	Cuadro	Pulsera	Empanad	Goma
		CAMBIO 2	COMBINAC 2	CAMBIO 5	COMPAR 6	IGUAL 4
Estud.	Curso	(32-)	(13-)	(25-)	(50+)	(31+)
E3·-01	3	Bien	Bien	Bien	Mal (24-)	Bien
E3·-02	3	Bien	Bien	Bien	Mal (24-)	Bien
E3·-03	3	Bien	Bien	Bien	Mal (24-)	Bien
E3·-04	3	Bien	Bien	Bien	Bien	Bien

4.5.1. Observación 1

He detectado frecuentes errores al realizar las operaciones, tanto de cálculo como por un mal empleo del algoritmo escrito, algunos de ellos importantes. Pero en este estudio me centro en la capacidad de comprensión y resolución de la situación, por lo que contabilizaré como válidas respuestas con ese tipo de fallos. Aquí muestro ejemplos de dos niños de 3º EP:

En el primer caso (Figura 6), el niño realiza bien la operación de las unidades, pero no lleva el acarreo a las decenas.

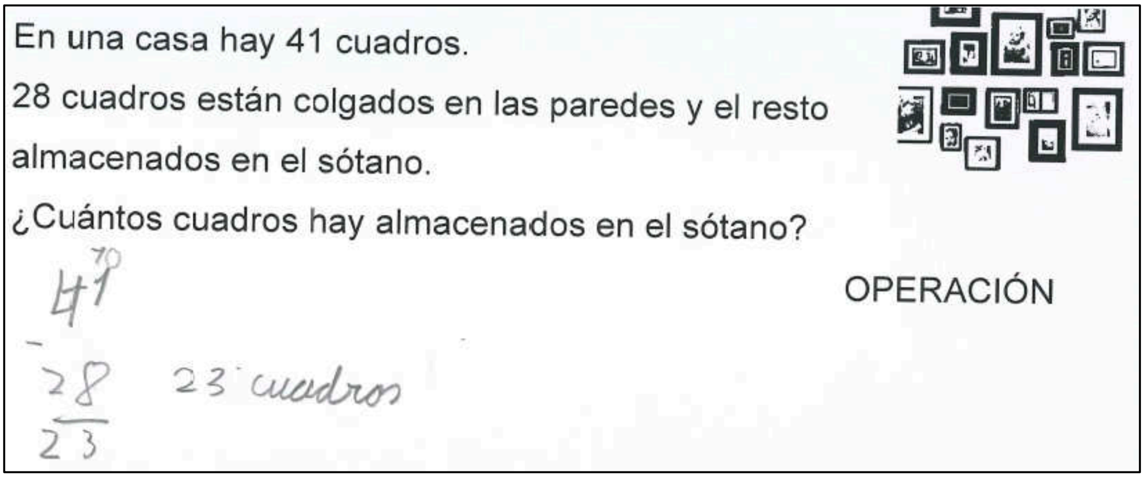
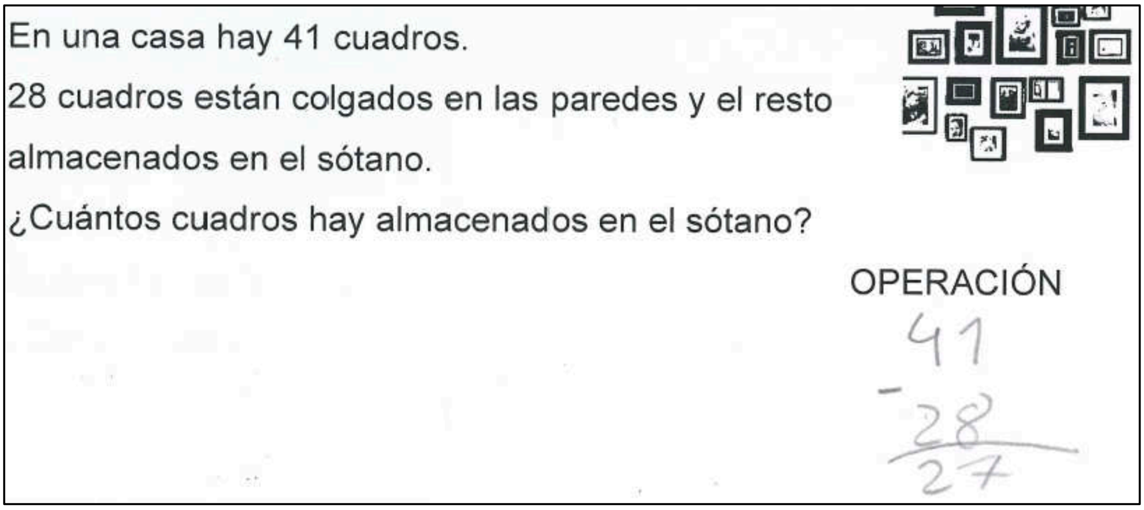


Figura 6. Respuesta de un niño de 3º EP.

El segundo y tercer ejemplos (Figura 7) los he seleccionado del mismo niño con el fin de que se observe la consistencia del error. En las unidades de cada orden, el niño siempre resta el valor menor del mayor, independientemente de cuál sea el minuendo y cuál el sustraendo. Conviene observar, además, que el hecho de que el resultado de la resta le salga menor que el minuendo (33 – 8 = 35) no le hace reflexionar sobre su error (de hecho, seguramente ni siquiera piensa en si tienen sentido los valores resultantes).



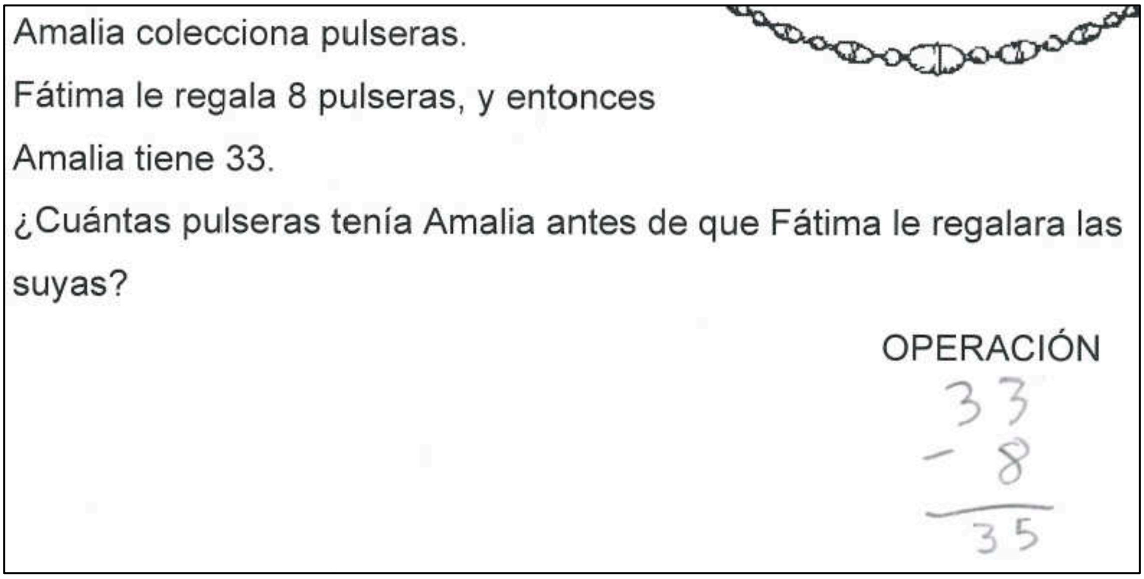


Figura 7. Respuestas de un niño de 3º EP.

A continuación vamos a realizar algunas observaciones (números 2, 3 y 4) centradas en los grupos del colegio; después presentamos otras relativas a los grupos extraescolares (números 5 a 8) y finalmente mostramos una comparación entre los grupos del colegio y los talleres extraescolares observación 9).

4.5.2. Observación 2

El problema de Cambio 2, contextualizado en un acuario, es del primer nivel de dificultad en todos los estudios sobre PAEV. Por lo tanto, observando los alumnos que han tenido errores de razonamiento en este problema (no entienden la situación ni lo que hay que hacer), en general son estudiantes que todavía necesitan trabajar situaciones aritméticas simples. En los cuestionarios que he pasado, se observa que, salvo alguna excepción, estos estudiantes han respondido mal también el resto de preguntas. En las aulas estándar del colegio, vemos que la cantidad de errores cometidos es de 5 respuestas de 28 en 1º EP, 2 de 13 en 2º EP y 6 de 16 en 3º EP (Tabla 21).

4.5.3. Observación 3

Los problemas catalogados como de nivel 3 de dificultad, sí tienen una respuesta parecida. De todas maneras, tal como he comentado en puntos anteriores, no hay una catalogación clara del grado de dificultad, y así encontramos en esta muestra algunas variaciones: Hay un incremento de dificultad en el problema de cambio 5 (contextualización de pulseras) respecto al de combinación 2 (contextualizado en cuadros), muy pequeño en la muestra de 2º EP pero considerable en la muestra de 3º EP; sin embargo, en 1º EP hay una disminución apenas perceptible (un alumno).

4.5.4. Observación 4

Los problemas elegidos de nivel teórico de dificultad 4 y 5, respectivamente (Comparación 6 e Igualación 4), han producido un éxito análogo. Han resultado muy difíciles, con diferencia notable respecto a los problemas considerados anteriormente. Parece, por lo tanto, que pueden resultar especialmente interesantes para identificar razonamientos altos en matemáticas, así como para trabajar este tipo de problemas con niños de alto rendimiento.

En la Tabla 21 y la Figura 8 se indica la cantidad de errores cometidos por los alumnos de cada curso del colegio y en la Tabla 22 y la Figura 9 muestro, para cada problema, la cantidad de errores cometidos por todos los alumnos del colegio que respondieron el cuestionario, en conjunto.

Tabla 21. Cantidad de errores cometidos [respuestas erróneas/total de respuestas (%)] para cada tipo de problema y curso de los estudiantes del colegio.

SIN enseñ.	**Cambio 2**	**Combinac 2**	**Cambio 5**	**Comparac 6**	**Igualación 4**
Cole 1º EP	5/28 (17,86)	14/28 (50,00)	13/28 (46,43)	25/28 (89,29)	25/28 (89,29)
Cole 2º EP	2/13 (15,38)	1/13 (7,69)	3/13 (23,08)	11/13 (84,62)	12/13 (92,31)
Cole 3º EP	6/16 (37,50)	7/16 (43,75)	11/16 (68,75)	13/16 (81,25)	13/16 (81,25)

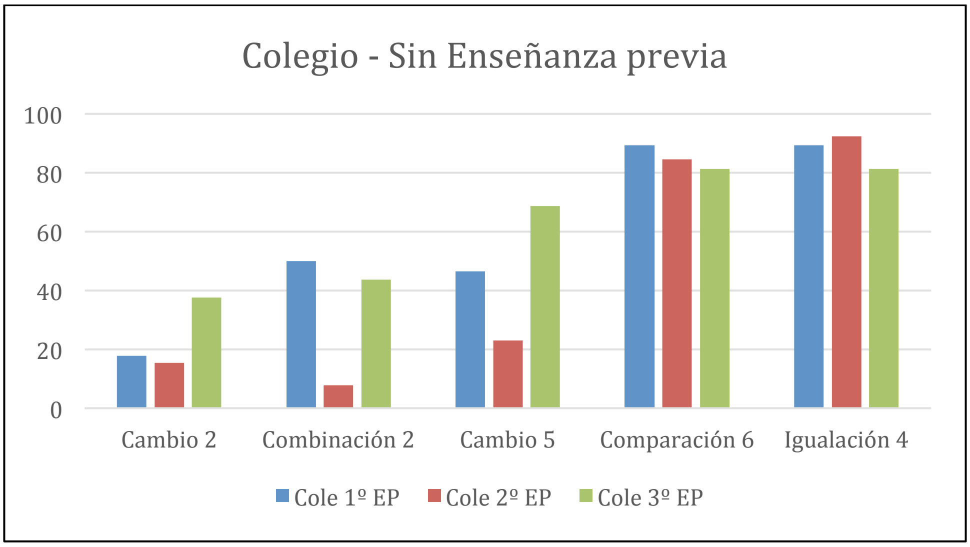


Figura 8. Cantidad de errores cometidos (%) para cada tipo de problema y curso de los estudiantes del colegio.

Tabla 22. Cantidad de errores cometidos [respuestas erróneas/total de respuestas (%)] para cada tipo de problema por todos los estudiantes del colegio.

SIN enseñ.	**Cambio 2**	**Combinac 2**	**Cambio 5**	**Comparac 6**	**Igualación 4**
Cole 1º, 2º y 3º EP	13/57 (22,81)	22/57 (38,60)	17/57 (29,82)	49/57 (85,96)	50/57 (87,72)

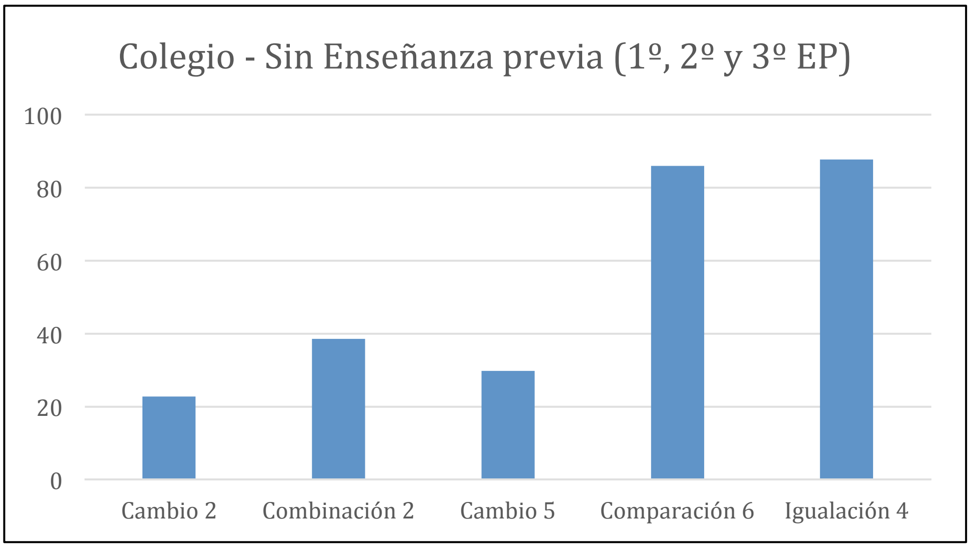


Figura 9. Cantidad de errores cometidos (%) para cada tipo de problema por todos los estudiantes del colegio, en conjunto.

Las siguientes observaciones se refieren a estudiantes de los grupos de los talleres extraescolares. Hay que tener en cuenta que, en general, los niños de 1ªEP y 2º EP acuden al mismo taller, mientras que los de 3º EP tienen uno diferenciado. No obstante, una niña de 3º EP acude con los de 1º y 2º EP por el horario. Todos estos niños asisten de manera voluntaria, porque les gustan las matemáticas y, además, están identificados con nivel de capacidad intelectual superior a la media.

En estos talleres extraescolares, el cuestionario de 5 preguntas era el mismo que el que se utilizó en el colegio. Pero, además, en una sesión de 1ºEP-2ºEP se seleccionaron los tres problemas más complejos del cuestionario anterior y se explicó un problema parecido (el par del mismo subtipo de problema) para proceder posteriormente a responder de manera individual un nuevo cuestionario con esos tres subtipos.

Para analizar los datos, hay que tener en cuenta que de una sesión a otra se producen modificaciones en la asistencia, por lo que algunos niños de 1º-2º EP que estuvieron en la sesión del cuestionario de 5 problemas no asistieron el día del cuestionario de 3 problemas y viceversa.

La Tabla 23 refleja los errores por tipo de problema y por curso cometidos en los talleres extraescolares, y en la Tabla 24 aparece la información con la cantidad de errores de todos niños de los talleres extraescolares que respondieron los cuestionarios, independientemente del curso (1º EP, 2º EP o 3º EP).

El cuestionario respondido tras la resolución en clase de problemas tiene el rótulo "Con Enseñ(anza)". He marcado con un fondo de color los casos en los que sólo se dispone información de un estudiante, pues no es razonable extraer consecuencias a partir de un solo caso.

4.5.5. Observación 5

En este colectivo los tres primeros problemas no presentan ninguna dificultad. Son de nuevo los de Comparación 6 e Igualdad 4 los más difíciles, pero de una manera muy particular, como comentaré a continuación.

4.5.6. Observación 6

Mirando esta tabla cuantitativa, desglosada por cursos, no se aprecia de manera tan destacada el resultado que, sin embargo, sí resulta evidente cuando se miran las tablas con información de cada alumno incluida en las páginas posteriores. En estas se pone claramente de manifiesto que los problemas de Comparación 6 fueron los únicos de dificultad generalizada cuando los estudiantes no habían tenido ningún tipo de instrucción.

4.5.7. Observación 7

Además, también se aprecia claramente que, tras la instrucción, hay un **éxito** total en la resolución de estos problemas, lo cual muestra la eficacia de la enseñanza.

4.5.8. Observación 8

Resulta llamativo el caso de los problemas de Igualación 4, cuyos resultados muestro en la Tabla 23 y Figura 10, Tabla 24 y Figura 11 y Tabla 25 y Figura 12. Antes de la instrucción, el éxito fue claramente mayor que después de esta. Sobre ello no me atrevo a aventurar ninguna conclusión ni hipótesis. Habría que hacer más pruebas.

Tabla 23. Cantidad de errores cometidos [respuestas erróneas/total de respuestas (%)] para cada tipo de problema por los estudiantes de los talleres extraescolares sin enseñanza previa.

SIN Enseñ	**Cambio 2**	**Combinac 2**	**Cambio 5**	**Comparac 6**	**Igualación 4**
Extra 1º EP	0/1 (0,00)	0/1 (0,00)	0/1 (0,00)	1/1 (100,00)	0/1 (0,00)
Extra 2º EP	1/7 (14,29)	0/7 (0,00)	1/7 (14,29)	6/7 (85,71)	3/7 (42,86)
Extra 3º EP	0/4 (0,00)	0/4 (0,00)	0/4 (0,00)	¾ (75,00)	¼ (25,00)

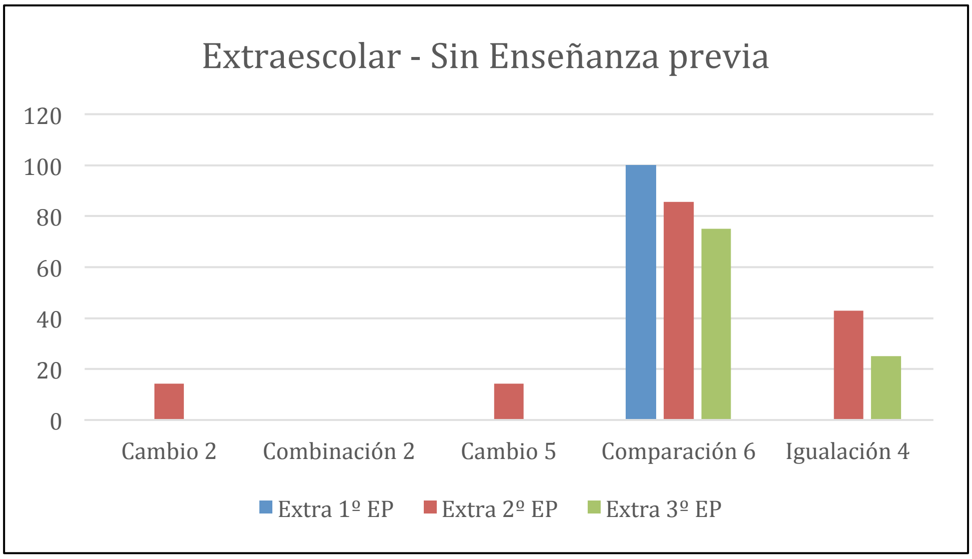


Figura 10. Cantidad de errores cometidos (%) para cada tipo de problema por los estudiantes de los talleres extraescolares sin enseñanza previa.

Tabla 24. Cantidad de errores cometidos [respuestas erróneas/total de respuestas (%)] para cada tipo de problema por todos los estudiantes de los talleres extraescolares sin enseñanza previa.

SIN Enseñ	**Cambio 2**	**Combinac 2**	**Cambio 5**	**Comparac 6**	**Igualación 4**
Extra 1º, 2º y 3º EP	1/12 (8,33)	0/12 (0,00)	1/12 (8,33)	10/12 (83,33)	4/12 (33,33)

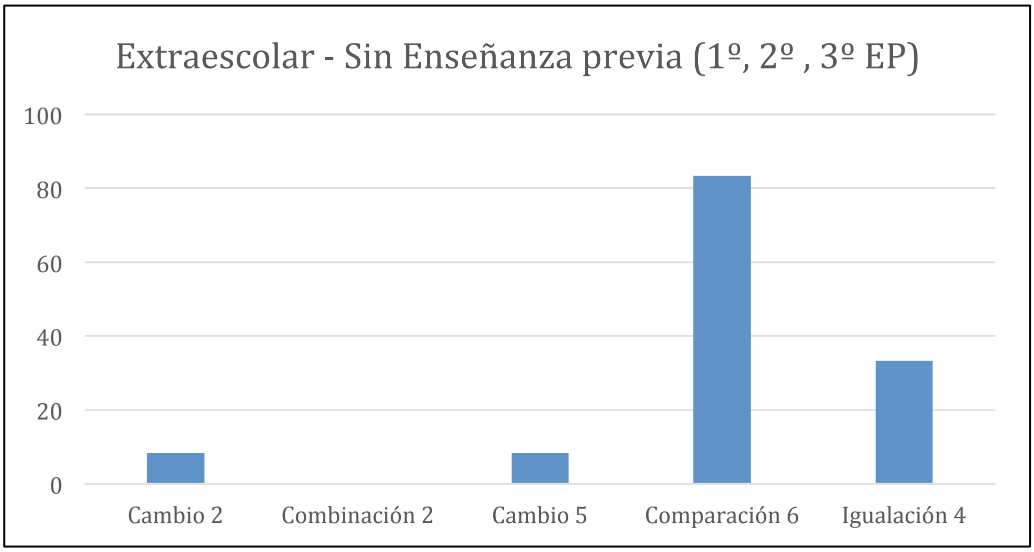


Figura 11. Cantidad de errores cometidos (%) para cada tipo de problema por todos los estudiantes de los talleres extraescolares sin enseñanza previa.

Tabla 25. Cantidad de errores cometidos [respuestas erróneas/total de respuestas (%)] para cada tipo de problema por los estudiantes de los talleres extraescolares con enseñanza previa.

CON Enseñ			**Cambio 5**	**Comparac 6**	**Igualación 4**
Extra 1º EP			0/3 (0,00)	0/3 (0,00)	1/3 (33,33)
Extra 2º EP			0/8 (0,00)	1/8 (12,50)	5/8 (62,50)

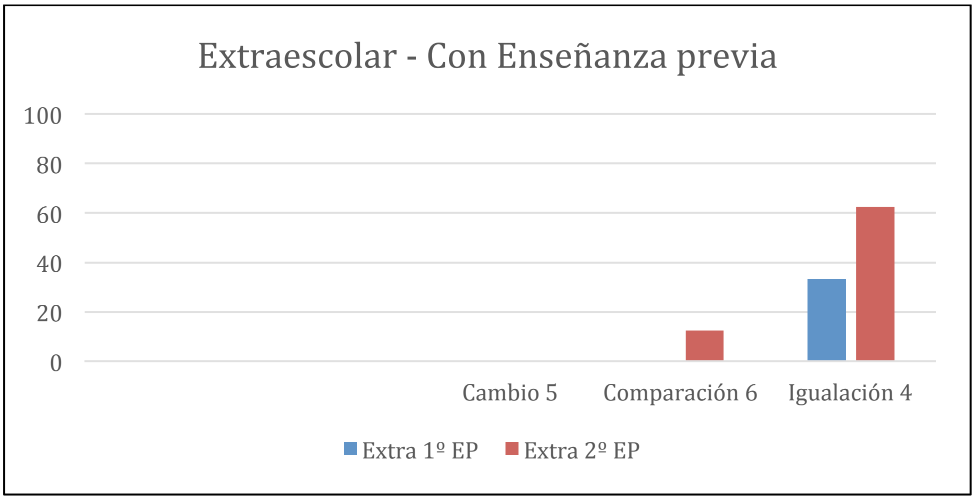


Figura 12. Cantidad de errores cometidos (%) para cada tipo de problema por los estudiantes de los talleres extraescolares con enseñanza previa.

4.5.9. Comparaciones entre el contexto escolar y los talleres extraescolares

Se aprecia claramente mayor éxito en el rendimiento en los talleres extraescolares, lo cual era de esperar porque, como he indicado anteriormente, hay dos motivos que pueden justificar estos resultados:

- Los niños de los talleres extraescolares están identificados con capacidad superior a la media, lo cual es decisivo para el resultado obtenido.
- Los niños de los talleres extraescolares asisten voluntariamente, porque les gustan las matemáticas.

5. CONCLUSIONES

Al comienzo de este trabajo marqué tres objetivos, cuyos resultados paso a comentar a continuación:

Primer objetivo: Realizar una propuesta de enseñanza de las matemáticas, centrada en la resolución de problemas aritméticos escolares enunciados verbalmente (PAEV) de sumas y restas, trabajar con toda la clase de 1º, 2º o 3º de E. Primaria.

En relación a este primer objetivo, he presentado una secuenciación de los tipos de problemas PAEV aditivos, integrando varios estudios sobre el tema y ampliando la catalogación existente por niveles de dificultad con una jerarquización propia. Esto le permite al profesor seleccionar problemas de un mismo bloque de dificultad o de dificultad mayor o menor, según lo considere adecuado, para trabajar con los niños, posibilitando incluso el trabajo a distintos niveles dentro de una misma aula.

He incluido dos baterías completas de problemas, de todos los tipos y subtipos, con dos niveles diferentes, uno más sencillo y otro más complejo. Los problemas del primer nivel hacen referencia a material manipulativo, de manera que los niños puedan reproducir las situaciones que se presentan, con el fin de facilitar la comprensión de la situación y el camino de resolución del problema.

Los problemas del segundo nivel tienen números más altos, hacen referencia a contextos variados y no están pensados para reproducir exactamente con material manipulativo las cantidades que corresponden a los datos.

Además, hay otra batería de problemas en el capítulo en el que se introducen los tipos y subtipos de PAEV y, aunque no se presentan ordenados por niveles de dificultad, están identificados por tipo y subtipo y se pueden seleccionar los que se quiera utilizar.

Segundo objetivo: Incluirá materiales para los niños con alta capacidad matemática.

Muestro una posible extensión de los problemas para niños de alto rendimiento en matemáticas con los problemas de los dos niveles, de manera que los valores implicados en el problema no permitan la manipulación.

Pero más interesante todavía es el hecho de que de una misma situación, que da origen a varios problemas distintos, según cuál sea la incógnita, se utilicen todas las variantes. Es lo que he presentado en esta memoria en la introducción de los distintos tipos y subtipos de problemas. En general, para cada tipo de problemas (cambio, combinación, comparación o igualación), a+b = c, en una situación concreta, da lugar a tres problemas distintos si se toman dos valores como datos y el tercero es la incógnita. Unos son más sencillos y otro más complejos. Los niños con mayor rendimiento pueden resolver todos los casos que sea posible de cada situación.

Tercer objetivo: Permitirá identificar a los niños de alta capacidad matemática.

Hemos visto que la inclusión en un cuestionario de varios problemas de distintos niveles permite distinguir a los niños que deben practicar situaciones elementales de los que pueden enfrentarse a casos difíciles.

Las experimentaciones realizadas han sido escasas y con los estudiantes accesibles en cada momento. Pero, aún así, hemos podido diferenciar algunos comportamientos que hacen pensar en razonamiento por encima de la media. Por lo tanto, un cuestionario como el que he utilizado con las cinco preguntas, o bien otro que incluya problemas de todos los niveles, creo que puede ser de gran ayuda para, rápidamente, disponer de información sobre qué estudiantes posiblemente tengan razonamiento alto en matemáticas y, además, para ser conocedor del tipo de problemas que necesita cada niño para progresar (no sólo los de alta capacidad matemática).

6. BIBLIOGRAFÍA

Albes, C. y otros (2013). *Orientaciones educativas. Alumnado con altas capacidades intelectuales*. Bilbao: Servicio Central de Publicaciones del Gobierno Vasco.

Arocas, E., Martínez, P. y Martínez, M. D. (2009). *Intervenció amb l'alumnat d'altes capacitats en Educació Secundària Obligatòria*. Valencia: Generalitat Valenciana.

Arocas, E., Martínez, P., Martínez, M. D. y Regadera, A. (2002). *Orientaciones para la evaluación psicopedagógica del alumnado con altas capacidades.* Valencia: Generalitat Valenciana.

Barrera, A., Durán, R., González, J. y Reina, C. L. (s.f.): *Manual de atención al alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo por presentar altas capacidades intelectuales.* Sevilla: Junta de Andalucía, Consejería de Educación.

Calero, M. D., García, B. y Gómez, M. T. (2007). *El alumnado con sobredotación intelectual. Conceptualización, evaluación y respuesta educativa.* Sevilla: Junta de Andalucía, Consejería de Educación.

Conselleria de Educación, Cultura y Deporte (2014). Decreto 108/2014, de 4 de julio, por el que establece el currículo y desarrolla la ordenación general de la educación primaria en la Comunitat Valenciana. *Diario Oficial de la Comunidad Valenciana, 7311*, 16325-16694.

del Valle, L. (2011). *Detección de alumnos talentosos en un área de tecnología.* Tesis doctoral. Univ. Complutense de Madrid. Facultad de Educación, Madrid.

Díaz, O., Sánchez, T., Pomar, C., y Fernández, M. (2008). Talentos matemáticos: Análisis de una muestra. *Faisca, 13*(15), 30-39.

Equipo de Orientación Educativa y Psicopedagógica de Ponferrada (EOEP) (s.f.). *Resolución de problemas aritméticos en Primaria.* Disponible en: https://lvl.educarex.es/conoceryaplicarlvlylvm/F9_Resolucion_problemas_aritmeticos.pdf

Freiman, V. (2006). Problems to discover and to boost mathematical talent in early grades: A challenging situations approach. *The Montana Mathematics Enthusiast, 3*(1), 51-75.

Gobierno de España (2013). Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE). *Boletín Oficial del Estado, 295*, 97858-97921.

Greenes, C. (1981). Identifying the gifted student in mathematics. *Arithmetic Teacher, 28*, 14-18.

Jaime, A. y Gutiérrez, A. (2014). La resolución de problemas para la enseñanza a alumnos de E. Primaria con altas capacidades matemáticas. En Gómez, B. y Puig, L. (Eds.), *Resolver problemas. Estudios en memoria de Fernando Cerdán.* Valencia: PUV.

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. Chicago, EE.UU.: The University of Chicago Press.

López, B., Beltrán, M. T., López, B. y Chicharro, D. (2000). *Alumnos precoces, superdotados y de altas capacidades*. Madrid: Ministerio de Educación y Cultura, CIDE.

Miller, R. C. (1990). *Discovering mathematical talent*. Washington, DC: ERIC. Disponible en <http://www.eric.ed.gov/ERICWebPortal/contentdelivery/servlet/ERICServlet?accno=ED321487>.

Molina, E. (2015). *Perfiles en la resolución de PAEV aditivos de cambio y de comparación en 1º de Primaria. Análisis comparativo con alumnos con altas capacidades.* Trabajo de fin de grado del Grado en Maestra en E. Primaria, Universitat de València, Valencia.

Osorio, E. (2009). *La matemática recreativa, un área de intervención educativa con niños de altas capacidades intelectuales.* Trabajo de fin de máster del Máster en Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, Granada.

Pasarín. M. J., Feijoo, M., Díaz, O. y Rodríguez, L. (2004). Evaluación del talento matemático en Educación Secundaria, *Faisca, 11*, 83-102.

Pérez, L., Domínguez, P. y Díaz, O. (1998). *El desarrollo de los más capaces: guía para educadores*. Madrid: MEC.

Posamentier, A. y Krulik, S. (2009). *Problem solving in mathematics, grades 3-6.* Thousand Oaks, CA, EE.UU.: Corwin.

Puig, L. y Cerdán, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares.* Madrid: Síntesis.

Ramírez, R. (2012). *Habilidades de visualización de los alumnos con talento matemático.* Tesis doctoral, Universidad de Granada, Granada.

Renzulli, J.S. (1986). The three ring conception of giftedness. A developmental model for creative productivity. En R.J. Sternberg y J.E. Davidson (Eds.): *Conceptions of giftednes,* (pp. 53-92). Nueva York: Cambridge University Press.

Sanz, C. (2015). *Informe nacional sobre la educación de los superdotados. Desde el fracaso escolar a la excelencia educativa. El mundo del superdotado.* Disponible en http://www.elmundodelsuperdotado.com/Informe2015/Informe2015.html

Torrego, J. C. (Coord.) (2011). *Alumnos con altas capacidades y aprendizaje cooperativo. Un modelo de respuesta educativa*. Madrid: Fundación SM.

Tourón, J., Repáraz, C., Peralta, F., Gaviria, J. L., Fernández, R., Ramos, J. M. y Eyero, M. (1998). Identificación del talento verbal y matemático: descripción de un proyecto de validación. Presentación en el *Congreso internacional: Respuestas educativas para alumnos superdotados y talentosos.* Zaragoza, julio.

Villanueva, A. (s.f.). *La atención educativa al alumnado con altas capacidades*. Disponible en http://usie.es//articu/arti13.htm

ANEXO 1: CRITERIOS DE IDENTIFICACIÓN DE LOS ALUMNOS CON ALTAS CAPACIDADES POR CC.AA.

Identificación AACC y Medidas Educativas por Comunidades Autónomas en España. Fuente: Páginas web de las consejerías de educación de las CC.AA. consultadas en 2015.

	Definición de superdotación	Cantidad de alumnos de aa.cc. identificados	% del total de alumnos escolarizados
TOTAL	Sin definición concreta ni de Altas Capacidades ni de Superdotación (2% de la población según la OMS)		
ANDALUCÍA	Superior al 75 % capacidad intelectual y en creatividad, talentos complejos: Tres capacidades superior al 80% o simples: una capacidad superior al 95%	5.860	0,36%
ARAGÓN	Superior al 75% capacidad intelectual pero después de cumplir 12/13 años, Precoces (superdotados con menos de 12/13 años); Talentos Simples o complejos: una capacidad superior al 95%	126	0,06%

	Definición de superdotación	Cantidad de alumnos de aa.cc. identificados	% del total de alumnos escolarizados
ASTURIAS	Alta Capacidad, Alto rendimiento y Alta Creatividad (sin definición más concreta)	493	0,36%
BALEARES	Sin definición concreta	475	0,27%
CANARIAS	Sobredotación capacidad superior 75% pero a partir de los 12/13 años, Precoces (superdotados con menos de 12/13 años); Talentos simples (capacidad superor al 95%) o complejos (superior al 85%)	1.480	0,41%
CANTABRIA	Alta capacidad, alto rendimiento y alta creatividad (sin definición más concreta)	117	0,13%
CASTILLA Y LEÓN	Presentar una capacidad, ritmos y estilos de aprendizaje diferentes a los demás alumnos (sin definición más concreta)	529	0,15%
CASTILLA - LA MANCHA	Presentar una capacidad, ritmos y estilos de aprendizaje diferentes a los demás alumnos (sin definición más concreta)	226	0,06%
CATALUÑA	Alta capacidad intelectual, Alta Creatividad, Muy buena memoria y Alto Rendimiento (sin definición más concreta), También se habla en la normativa de Talentos Simples, Talentos Complejos y Alumnos precoces (sin definición más concreta)	275	0,02%
COMUNIDAD VALENCIANA	No se define	113	0,01%

	Definición de superdotación	Cantidad de alumnos de aa.cc. identificados	% del total de alumnos escolarizados
EXTREMADURA	Alta Capacidad, Alto rendimiento y Alta Creatividad (sin definición más concreta)	189	0,10%
GALICIA	Alta Capacidad, Alto rendimiento y Alta Creatividad (sin definición más concreta)	1.227	0,30%
MADRID	Alta Capacidad (CI 130 o superior), Alto rendimiento y Alta Creatividad	1.554	0,14%
MURCIA	Alta Capacidad, Alto rendimiento y Alta Creatividad (sin definición más concreta)	2.571	0,90%

ANEXO 2: RESPUESTAS DE LOS ESTUDIANTES PARTICIPANTES EN LA EXPERIENCIA

Incluido en el CD que se acompaña.